8: Derivasjon

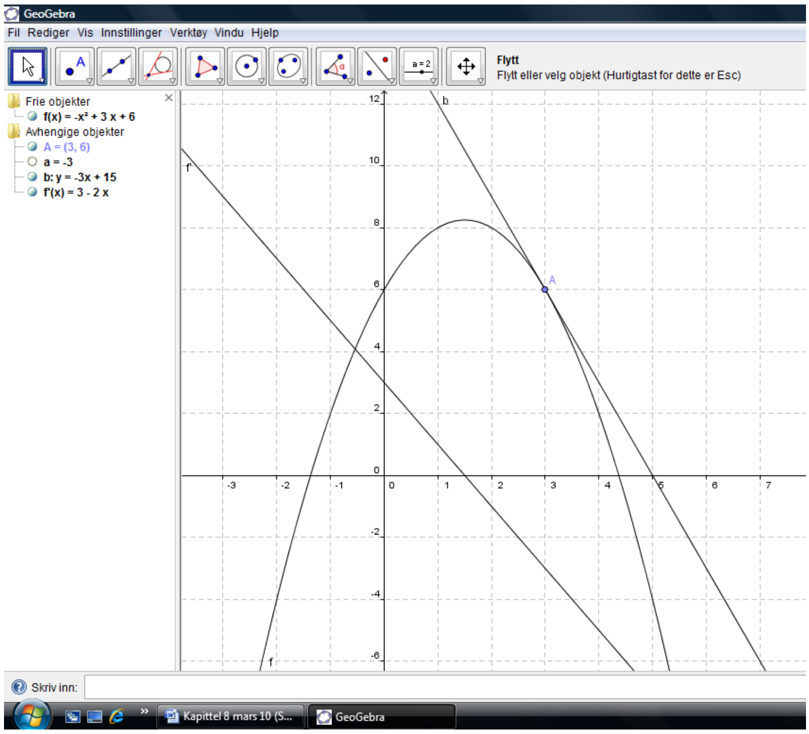
- Vi skal fortsette med funksjoner og lære en metode for å finne stigning for krumme kurver. Dette er det første møtet dere har med noe vi kan kalle ”høyere matematikk”. Eller som andre ville sagt: Det er nå det begynner å bli moro…
- Det vanskelige med stigningstallet for krumme kurver er at det endrer seg hele tida. Så hvordan skal vi fange det da?
- Nå er det viktig at dere husker det dere tidligere har lært om funksjoner, faktorisering av uttrykk, ulikheter og fortegnslinjer!

Tommy & Tigern, bind 3, side 167 n

Oppgaver	Innhold	Dato
8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.6	**8.1 - Informasjon fra grafer:** Vi er alltid på jakt etter ”spesielle” punkter på en graf! De spesielle punktene er: • Skjæring med andreakse: Når $x = 0$! • Skjæring med førsteakse, nullpunkt: Når $f(x) = 0$! • Ekstremalpunkter, dvs. topp- og bunnpunkter: Når en krum kurve er vannrett!	**25/3**
	Husk innføringa i kapittel 7: 7.63ad og 7.71	**26/3**
8.7, 8.8	**8.2 - Gjennomsnittlig og momentan vekst:** • Gjennomsnittet er et greitt mål for vekst. Vi later som om grafen vår er ei rett linje mellom en start og en slutt, lager trekanten vår fra kapittel 2 og regner ut stigningstallet på vanlig måte: Stigningskateten delt på lengdekateten i trekanten. Husk fortegn - oppoverbakke har positiv, nedover har negativ stigning. Lag trekanten og beregn katetene! • Momentan vekst er veksten i ett bestemt punkt. Vi kan tenke oss en uendelig liten trekant mellom to punkter som ligger uendelig tett. Dette er umulig i praksis, men går matematisk om et par sider. Det vi egentlig er på jakt etter, er stigningen til en tangent til grafen. Den kan vi tegne - på øyemål - og la den være hypotenus i en trekant med vannrett og loddrett katet. Så kan vi gjøre som i stad: Stigningskateten delt på lengdekateten i trekanten. Husk fortegn - oppoverbakke har positiv, nedover har negativ stigning. Lag trekanten og beregn katetene!	**6/4**
8.9, 8.10, 8.11, 8.12	**8.3 - Derivasjon:** Matematisk liker vi naturligvis ikke svar som ikke er helt nøyaktige. Og metodene ovafor kan umulig gi oss nøyaktige tall for stigning i et punkt, bare tilnærma. Vi kan for eksempel ikke tegne en nøyaktig tangent, sjøl om den egentlig gir oss rett svar! Kalkulatoren vår er også unøyaktig, men vi prøver den likevel. Vi skal **derivere**, som er det samme som å finne stigningstallet, i ett spesielt punkt på en graf. $f'(x)$ leses ”f derivert av x”.	**8/4**

Casio kalkulator

Kalkulatoren skriver *f´(x)* som d/dx (egentlig som dy/dx som er rett matematisk), og dere finner den på **OPTN - CALC - d/dx**. Kalkulatoren kan ikke finne et generelt uttrykk for den deriverte, bare derivert for oppgitt *x*, så dere må skrive inn uttrykket, deretter et komma og så x-verdien.

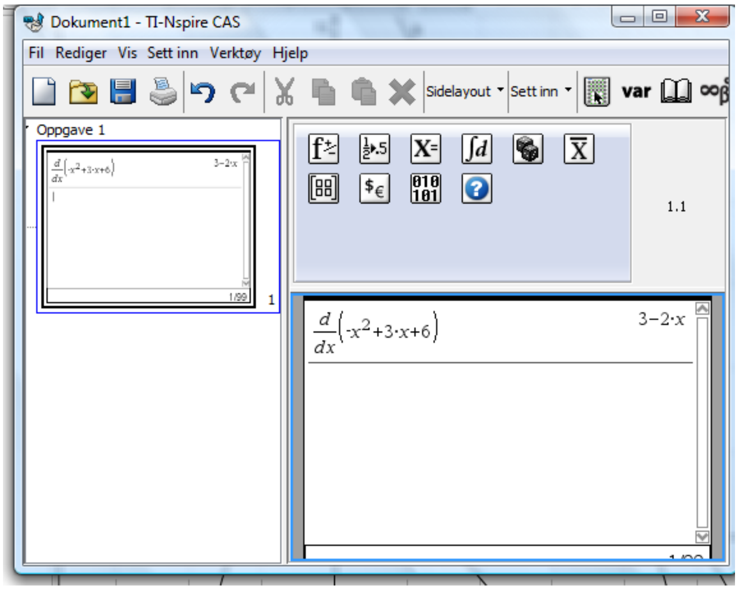


GeoGebra:

Når dere har lagt inn en funksjon, *f(x)*, i GeoGebra, kan dere be om den deriverte ved å skrive *f'(x)*. Grafen til den deriverte blir tegna, og uttrykket blir regna ut. Dersom dere skal ha den deriverte et bestemt sted, kan dere be om det, for eksempel *f'(3)*. Svaret gis som en verdi: a = -3 på figuren til høyre.
Dere kan også derivere flere ganger, for eksempel ved skrive *f''(x)* eller *f'''(x)*. På figuren er den deriverte lik $f'(x) = -2x + 3$

TI-*n*spire:

Skal dere derivere med TI-nspire, må dere gå til valget **Derivert** og skrive inn i formelen som på figuren til høyre. Pass på at dere får med variabelen *x* som *dx* i nevner.



Oppgaver	Innhold	Dato
8.13, 8.14, 8.15, 8.16, 8.17 8.18 (U)	**8.4 - Enkle derivasjonsregler:** Dere skal lære eksakt derivasjon, altså bedre derivasjon enn kalkulatoren. • Derivert av en konstant er null fordi en vannrett graf ikke har noen stigning. $f(x) = a \Rightarrow f'(x) = 0$ • Derivert av ei rett linje er stigningstallet: $f(x) = ax + b \Rightarrow f'(x) = a$ • Her ser vi også at vi kan derivere ledd for ledd. • Derivert av en potens er morsommere: $f(x) = x^n \Rightarrow f'(x) = nx^{n-1}$	**9/4**

Oppgaver	Innhold	Dato
8.19, 8.20, 8.21, 8.22, 8.23, 8.24 8.25 (U)	**8.5 - Den deriverte av polynomfunksjon. Tangent:** Vi skal vanligvis derivere mer sammensatte og spennende grafer. Da er heldigvis reglene enkle. En konstant foran et x-uttrykk kan vi bare la bli stående, og ledd kan vi derivere hver for seg og beholde tegnene: • $f(x)=u(x)+v(x) \Rightarrow f'(x)=u'(x)+v'(x)$ • $f(x)=k\cdot u(x) \Rightarrow f'(x)=k\cdot u'(x)$ Skal vi finne tangent til en gitt (krum) kurve, kan vi bruke derivasjon for å finne stigningstallet til tangenten, og så sette inn i **ettpunktsformelen**: • Finn tangenten til $f(x)$ i punktet (x_1, y_1): Tangenten blir $y-y_1 = f'(x_1)(x-x_1)$ Husk også på at $y_1 = f(x_1)$, slik at formelen også kan skrives: $y-f(x_1)=f'(x_1)(x-x_1)$	**9/4**
8.26, 8.27, 8.28 8.29 (P)	**8.6 - Drøfting av polynomfunksjoner:** Hvis vi deriverer en graf og undersøker den deriverte på ei fortegnslinje, kan vi si ganske mye om grafen! Det kalles å drøfte - eller analysere om dere vil. • Der den deriverte er null, har vi ingen stigning, dvs. enten et topp- eller et bunnpunkt eller et terrassepunkt. • Der den deriverte er positiv, stiger grafen - oppoverbakke. • Der den deriverte er negativ, synker grafen - nedoverbakke. • Der den deriverte er null **OG** den skifter fra positiv til negativ, har vi et toppunkt. • Der den deriverte er null **OG** den skifter fra negativ til positiv, har vi et bunnpunkt. • Der den deriverte er null **OG** den ikke skifter, har vi et terrassepunkt.	**15/4** Mulig besøk fra grunnskolen
8.30, 8.31, 8.32 8.33 (U)	**8.7 - Vi lager uttrykk og finner største eller minste verdi:** Praktiske oppgaver. Husk på at fra nå av skal dere kunne bruke derivasjon i alle tilfelle der noen spør dere om når vi har største eller minste verdi for et eller annet!	**15/4**
8.34, 8.35, 8.36, 8.37, 8.38, 8.39 8.40 (U)	**8.8 - Matematisk definisjon av den deriverte:** Og så blir det vanskelig. Det var ikke for ingenting at noe så sentralt som den deriverte ikke kunne bli funnet opp før på slutten av 1600-tallet, og at det måtte hoder som Newtons og Leibniz til for å greie det. Ett problem var dessuten at man måtte finne opp koordinatsystemet først. • Vi lager først en gjennomsnittlig vekst med en trekant mellom to punkter slik vi så på i punkt 8.3. Vi kaller loddrett katet for Δx og vannrett for Δy. Det gjennomsnittlige stigningstallet er dermed $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$. • Så lar vi trekanten krympe mot en uendelig liten trekant ved å la Δx gå mot null. Samtidig studerer vi hva som skjer med Δy når vi gjør dette. • Når trekanten er blitt uendelig liten, har vi stigningstallet i ett spesielt punkt - og formelen gjelder for hele grafen vår! • Altså: $\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x} \to f'(x)$ når $\Delta x \to 0$ Eksempel 15, side 291, viser hvordan vi kan anvende denne definisjonen i praksis, og oppgavene 8.41 - 8.44 gir dere trening i å utføre dette sjøl! (Ikke så viktig!)	**20/4**
8.41, 8.42	**8.9 - Sammensatt eksempler:** Her møter dere ei større oppgave som tar for seg mange av teknikkene dere har lært i kapitlet. Det er viktig å se sammenhenger når dere lærer noe, kanskje spesielt i matematikk der alt bygger på noe dere har lært tidligere! Prøv dere på oppgavene!	**20/4**
■**Sammendrag av kapitlet - side 280 (Bok 1T):** Dette er stoff som passer på en huskelapp for kapittel 8. ■**Test deg selv - side 281 (Bok 1T):** Utfør testen på egen hand en stille ettermiddag. Deretter retter du utfra løsningene på side 315 - 317. Klarer du halvparten, har du såvidt klart en 3er! En tredel gir deg ståkarakter og fire femdeler er en 5er! ■**Øvingsoppgavene til kapitlet - side 282 - 295 (Bok 1T):** Fasit side 349 - 354.		

Plan for resten av skoleåret - med forbehold!	Dato
• 20/4 – 4 timer, 1. økt: Lekse ut kapittel 8! Repetisjon kapittel 1 – 4. Eksamensoppgave • 23/4 – 4 timer, 1. økt: Repetisjon kapittel 1 – 8. Eksamensoppgave • **29/4 - 4 timer, 1. økt: Øktprøve, kapittel 1 - 4. Første time uten hjelpemidler** • 4/5 – 4 timer, 1. økt: Repetisjon kapittel 5 - 8. Eksamensoppgave • **10/5 - 4 timer, 1. økt: Øktprøve, kapittel 5 - 8. Første time uten hjelpemidler**	**Økter** **20/4 - 10/5** **8^{25} - 11^{35}**
Varsel om skriftlige trekkfag	**12/5 kl. 9^{00}**
Eksamensoppgave	**18/5**
Eventuell skriftlig eksamen i VG1-T	**19/5**
Repetisjon	**20-28/5**
Forhåpentligvis en ordentlig **heildagsprøve** omtrent her	**1-4/6**
Sannsynligvis settes standpunktkarakterene omtrent her	
Prosjekt: Morsom matematikk	**8-11/6**
Film med matematisk innhold	**15-18/6**

Tommy & Tigern, bind 3, side 187, nederst