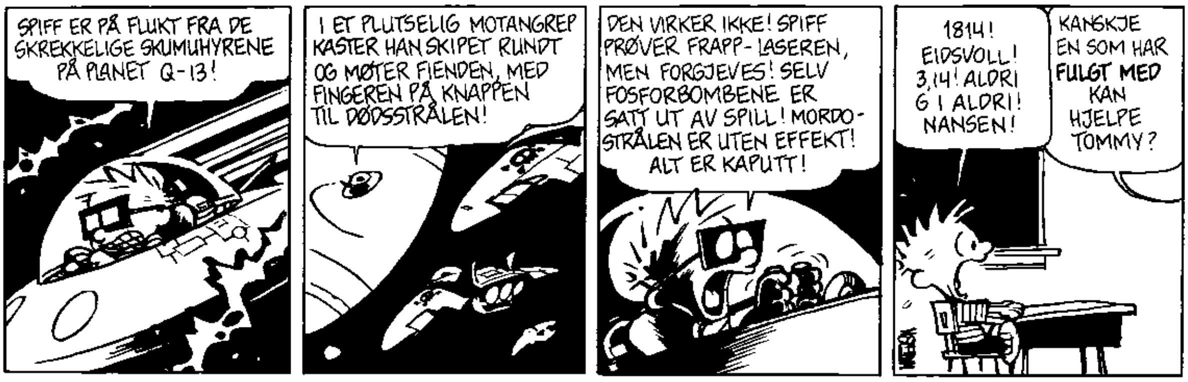
5: Algebra

Plan resten av året:

- Kapittel 6: Februar
- Kapittel 7: Februar/mars
- Kapittel 8: Mars
- Repetisjon: April/mai
- Eventuell offentlig eksamen: Mai
- Økter, prøver, prosjekter: Mai - juni

- For mange er begrepet *algebra* forbundet med det frykteligste man kan tenke seg innen matematikken: Bokstavregninga. Det er synd, for kan man de vanlige regnereglene for tall i matematikken, er faktisk regning med bokstaver mye, mye, mye enklere. Å legge sammen tallene 134,234328 og 89,675223 er for eksempel ikke enkelt uten papir og blyant – eller kalkulator. Å legge sammen a og $3a$ er imidlertid usedvanlig enkelt: $4a$. Og enda enklere er det å legge sammen a og b: $a + b = a + b$!
- Poenget er at alle regneregler som gjelder tall, gjelder med bokstaver! Og kan dere dem ikke med bokstaver, kan dere dem sannsynligvis ikke skikkelig med tall heller!
- Kapitlet er mye repetisjon, merk dere særlig brøkregninga, og det ender opp med repetisjon av likninger og ulikheter: Dette er svært viktig før neste kapittel der dere skal lære å løse andregradslikninger og likningssett!
- **Kapitlet bygger på kapitlene 1, 2 og 3!**



Tommy & Tigern, bind 2, side 92, midten

Oppgaver	Innhold	Dato
5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5	**5.1 - Tall og tallmengder:** Vi trenger navn på ulike talltyper. De vanlige telletallene, er naturlige og mengden, sekken der de ligger, kalles **N**. Dersom vi vil ha med null, kan vi skrive $\mathbf{N_0}$. De hele tallene kan også være negative, og den sekken, mengden, kalles **Z**. Svært mange tall, også de negative og de hele, kan skrives som en brøk, rasjonale tall som kalles **Q**. Også har vi noen flotte tall som ikke kan skrives som brøk, men som likevel er brukbare tall, irrasjonale. Skal vi ha med dem også, må vi ha et navn på alle virkelige tall, naturlige, hele, brøker og irrasjonale tall, **R**, som er alle reelle tall. Det er de tallene vi skal kunne bruke i videregående skole. (Det fins også noen uvirkelige tall, imaginære – i vår tid skulle de kanskje vært kalt virtuelle tall - som noen av dere kan komme borti seinere: De ligger ikke på tallinja vår, i motsetning til alle de reelle!) **Intervaller:** Fra 3 til 5, altså alle tall mellom 3 og 5: $< 3,5 >$ (åpent intervall) Fra og med 3 til 5, altså alle tall mellom 3 og 5, medregna tallet 3: $[3,5 >$ Fra og med 3 til og med 5: $[3,5]$ (lukka intervall) **Elementtegnet:** $x \in < 3,5 >$, x er element i, altså fins mellom 3 og 5. $x \notin [3,5]$, x ligger utafor intervallet fra og med 3 til og med 5. **Snitt og union:** Tegnene kjenner dere fra forrige kapittel, og de kan brukes sammen med intervaller også: $< 3,5 > \cup [5,10 > = < 3,10 >$. Legg merke til at det ikke er noe hull i intervallet! $< 3,5 > \cup < 4,6 > = < 3,6 >$. Når det gjelder snitt, er vi på jakt etter det som er felles: $< 3,5 > \cap < 4,6 > = < 4,5 >$. Noen intervall har ikke noe felles: $< 3,5 > \cap [5,10 > = \emptyset$, den tomme mengde (overstreket null).	**12/1**

Oppgaver	Innhold	Dato
REGNES UT - dvs. uten bruk av TI-nspire: **5.6, 5.7, 5.8, 5.9, 5.10** **5.11(U)**	**5.2 - Kvadratiske likninger og produktregelen:** Likninger med x^2 har ofte 2 løsninger.(De kan ha ei eller ingen løsning også.) • De enkleste inneholder ett ledd med x^2 samt et ledd som er tall, og de løser vi som vanlige likninger, vi fanger x^2 aleine på venstre side, og så kan vi trekke ut rota på begge sider. Legg merke til at vi får både pluss og minus, ±, når vi tar kvadratrot (og fjerde, sjette osv. rot). (Kvadratiske likninger). Generelt sett ser likninga slik ut: $x^2 = a \Rightarrow x = \pm\sqrt{a}$ • Noen har et x-ledd i tillegg til x^2-leddet: Da skaffer vi oss null på høyre side, faktoriserer og setter hver av faktorene lik null: Det blir fort to løsninger. Generelt sett ser likninga slik ut: $x^2 + ax = 0 \Rightarrow x(x+a) = 0 \Rightarrow x \in \{0, -a\}$ • Den generelle andregradslikninga har tre ledd: $ax^2 + bx + c = 0$. Denne løses ved hjelp av formel seinere i kapitlet (side 170).	**13/1**
	TI-nspire: Husk på at TI-nspire løser alle likninger og ulikheter med *solve*. For eksempel solve(x^2=64,x) gir $x = \pm 8$	
	Innføring kapittel 4: 4.114, 4.116, 4.134, 4.138	**17/1**
REGNES UT: **5.12, 5.13, 5.14** **5.15(U), 5.16(U)**	**5.3 - Formelregning:** Man snur på formler og finner svar ved hjelp av reglene for likninger. Derfor husker man alltid bare på én versjon av en formel. Arealet av et rektangel med areal *A*, lengde *l* og bredde *b* er: $A = l \cdot b$ Vi kan snu på formelen for å finne en formel for lengden: $l = \frac{A}{b}$. Eller bredden: $b = \frac{A}{l}$.	**17/1**
REGNES UT: **5.17, 5.18, 5.19, 5.20, 5.21** **5.22(U)**	**5.4 - Konjugatsetninga:** Dere skal nå lære 3 setninger som ikke er nødvendige, bare nyttige. Og det betyr at dere skal bruke dem! Setningene kan brukes begge veger, og dersom vi bruker dem baklengs, kan de faktorisere vanskelige uttrykk for oss, og det er nyttig. 1) *Konjugatsetninga* er vakker: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ Brukt baklengs ser vi at differansen mellom to kvadrater alltid kan skrives om et hyggelig produkt!	**17/1**
	TI-nspire: Husk på at TI-nspire kan faktorisere: $\text{factor}(3\cdot y^2-48)$ $3\cdot(y-4)\cdot(y+4)$ Og gange ut: $\text{expand}(3\cdot(y-4)\cdot(y+4))$ $3\cdot y^2-48$	
	Prøve kapittel 4	**19/1**
REGNES UT: **5.23, 5.24, 5.25, 5.26, 5.27** **5.28(U)** **5.29(P)**	**5.5 - Første kvadratsetning:** Denne gir oss et svar med tre ledd i stedet for de fire vi får hvis vi vil unngå setning. 2) 1. kvadratsetning: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ **5.5 - Andre kvadratsetning:** Denne gir oss også et svar med tre ledd i stedet for de fire vi får hvis vi vil unngå setning. 3) 2. kvadratsetning: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	**20/1**
	TI-nspire: Løsning av oppgave 5.26 - husk på at dere skal *regne* ut: $3\cdot(5\cdot x-3)^2-8\cdot(3\cdot x-2)^2$ $3\cdot x^2+6\cdot x-5$	
REGNES UT: **5.30, 5.31, 5.32, 5.33, 5.34** **5.35(U)**	**5.6 - Fullstendig kvadrat:** Her skal vi bruke første og andre kvadratsetning baklengs for å faktorisere - det er ikke det viktigste i verden, vi skal lære en generell metode seinere, men det er en nyttig intellektuell øvelse! $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ Det er vanskelig å kjenne igjen midtleddet, "det dobbelte av første og siste ganga sammen". $x^2 - 6x + 9 = (x-3)^2$, men $x^2 - 7x + 9$ er ikke faktoriserbar!	**20/1**

TI-nspire:		
$\text{factor}(x^2-6\cdot x+9)$		$(x-3)^2$
$\text{factor}(x^2-7\cdot x+9)$		$x^2-7\cdot x+9$

Oppgaver	Innhold	Dato
REGNES UT: **5.36, 5.37, 5.38, 5.39, 5.40, 5.41** **5.42(U)**	**5.7 - Faktorisering og forkorting av brøkuttrykk:** Like faktorer i alle ledd i et uttrykk, kan settes foran en parentes der det som blir igjen, blir stående inni parentesen! Dette er spesielt viktig når du skal se om du kan forkorte en brøk, og teller eller nevner består av flere ledd, for eksempel med bokstavuttrykk! Av og til må vi bruke kvadratsetningene eller konjugatsetninga for å faktorisere!	**26/1**

TI-nspire:

Løsning av oppgave 5.42 - husk på at dere skal *regne* ut:

$$\frac{2\cdot x^4-162}{(3\cdot x^2+27)\cdot(x+3)} \qquad \frac{2\cdot(x-3)}{3}$$

Oppgaver	Innhold	Dato
REGNES UT: **5.43, 5.44, 5.45, 5.46, 5.47**	**5.8 - Løsningsformel for andregradslikninger:** Alle andregradslikninger kan skrives slik: $ax^2+bx+c=0$ • Når tallet *b* er lik null, er det lett å fange x^2 aleine på venstre side og deretter å trekke ut kvadratrota på begge sider. (Se 5.2) • Når tallet *c* er lik null, kan vi dividere alt med *a* og faktorisere venstre side og løse slik vi har gjort tidligere. (Se 5.2) • Når *b* ikke er null, er det verre. i 5.6 laga vi et fullstendig kvadrat vha. 1. eller 2. kvadratsetning av *x*-leddene og deretter trakk vi ut rota: Elegant og litt vanskelig. Metoden brukes for å lage en generell formel for alle andregradslikninger: $ax^2+bx+c=0 \Rightarrow x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a} \Rightarrow (x^2+2\cdot\frac{b}{2a}x+(\frac{b}{2a})^2=-\frac{c}{a}+(\frac{b}{2a})^2 \Rightarrow$ $(x+\frac{b}{2a})^2=\frac{b^2-4ac}{(2a)^2} \Rightarrow x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ Fordi denne utregninga stemmer for absolutt alle *a*, *b* og *c* - dersom ikke *a* er null, men da har vi jo ingen andregradslikning - er dette **den generelle formelen for å løse andregradslikninger**! Den er ikke pen, men den er ekstremt nyttig!	**27/1**

TI-nspire:

Trenger vi minne dere på likningsløsninga?

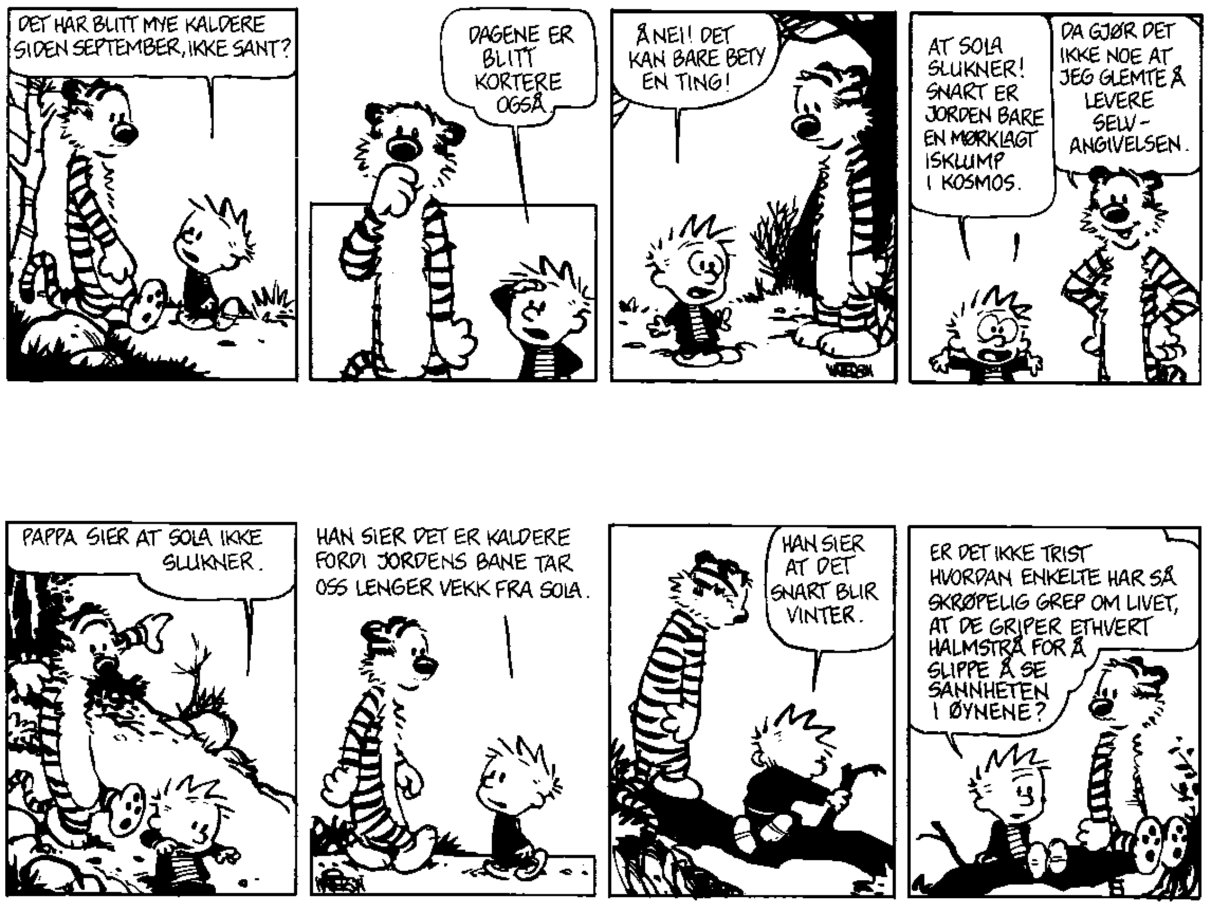
$$\text{solve}(3\cdot x^2-7\cdot x+4=0,x) \qquad x=1 \text{ or } x=\frac{4}{3}$$

Oppgaver	Innhold	Dato
REGNES UT: **5.48, 5.49, 5.50, 5.51** **5.52(U)**	**5.9 - Bruk av andregradslikninger:** Dere kan få bruk for andregradslikninger i mange sammenhenger. Av og til dukker de opp i geometrioppgaver, og ikke sjelden trenger vi å løse dem i forbindelse med funksjoner og grafer! Sjøl om formelen står i formelsamlinga deres, må dere faktisk kunne den og være flinke til å bruke den!	**27/1**
REGNES UT: **5.53, 5.54, 5.55, 5.56** **5.57(U)**	**5.10 - Likninger med brøker:** • Regler for likninger er greie: Gjør hva du vil (uten å gange eller dele med null) på begge sider av likhetstegnet. Og i ei likning kan du alltid få vekk alle brøker, hvis du vil - sjøl om du kan ende opp med en brøk som svar. • Det betyr at vi multipliserer med fellesnevneren. • Dersom *x* er i nevner, får vi den opp dersom vi ganger vekk nevnerne. • Et tilleggsproblem møter vi dersom en nevner med *x* kan være lik null! Slike løsninger er ubrukelige! • Når en brøk er lik en annen brøk, er kryssmultiplisering en flott metode.	**31/1**

<table>
<tr><th>Oppgaver</th><th>Innhold</th><th>Dato</th></tr>
<tr><td>REGNES UT:
5.58, 5.59, 5.60, 5.61, 5.62, 5.63
5.64(U)</td><td>**5.11 - Sammentrekking av uttrykk med den ukjente i nevner:** Husk på at vi bare kan fjerne nevnere i likninger (og av og til i ulikheter). I matematiske uttrykk må vi ta vare på nevnerne, ellers er metoden ikke ny:
• Skal dere legge sammen og/eller trekke fra hverandre brøker, må dere ha fellesnevner!
• Skal dere gange eller dele brøker, skal dere ikke ha fellesnevner.
• Alle vanlige tall kan skrives som brøk, heltallene med 1 i nevner.
• Dette gjelder uansett uttrykk og uansett om det er tall og/eller bokstaver i uttrykket!</td><td>**2/2**</td></tr>
<tr><td colspan="3">**TI-nspire:**
Trenger vi minne dere på metoden for å forenkle uttrykk?
$\operatorname{factor}\left(\frac{4}{x-3}+\frac{x}{2\cdot x+6}-\frac{8\cdot x+24}{2\cdot x^2-18}\right)$ $\qquad \frac{x}{2\cdot(x+3)}$</td></tr>
<tr><td>REGNES UT:
5.65, 5.66, 5.67, 5.68
5.69(U), 5.70(U)</td><td>**5.12 - Brudden brøk:** Vi bruker som dere veit ikke lenger blanda tall! Brøker kan godt ha tellere som er større enn nevner. Men alle brøker skal - dersom det er mulig - forkortes så mye som mulig: Faktoriser teller og nevner og stryk like faktorer oppe og nede! Husk på at det også er lov å gange med samme tall oppe og nede i en brøk, også i en brøk som står i teller. Og i en brøk som for eksempel står i teller til en nevner til en nevner til en teller til en nevner i en brøk! Alle brøker med småbrøker i seg, brudne brøker, kan gjøres om til en enkel brøk ved å gange oppe og nede i brøker med samme tall, og forkorte!
• En brudden brøk er en brøk med ny(e) brøk(er) i teller og/eller nevner. Vi får dem alltid til å bli vanlige brøker ved å gange oppe og nede i hovedbrøken med fellesnevner for småbrøkene!</td><td>**2/2**</td></tr>
<tr><td>REGNES UT:
5.71, 5.72, 5.73, 5.74, 5.75, 5.76
5.77(U)</td><td>**5.13 - Faktorisering av andregradsuttrykk:** Alle andregradsuttrykk kan faktoriseres ved hjelp av formelen for løsning av andregradslikninger.
• Hvis vi kaller løsningene for x_1, x_2 osv., har vi formelen:
$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$
• Dette gjelder også dersom de to løsningene er like.
• Og det gjelder generelt for *n*-tegradsuttrykk:
$ax^n+bx^{n-1}+\cdots=a(x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_n)$
Dette er det endelige hjelpemiddelet for å faktorisere og forkorte brøker!</td><td>**3/2**</td></tr>
<tr><td colspan="3">**TI-nspire:**
Et par av oppgavene - 5.76c og 5.77 - løst *med* hjelpemidler:
$\frac{x^2+3\cdot x+2}{x^2-4}-\frac{x}{2\cdot x-4}$ $\qquad \frac{x+2}{2\cdot(x-2)}$
$\frac{x^4-5\cdot x^2+4}{2\cdot x^2-8}$ $\qquad \frac{x^2-1}{2}$</td></tr>
<tr><td>REGNES UT:
5.78, 5.79, 5.80, 5.81
5.82(U)</td><td>**5.14 - Likningssett som ikke er lineære:** I kapittel 2.4 lærte dere innsettingsmetoden for likningssett. Og dette gjaldt bare lineære likningssett, dvs. med *x* i første grad.
• Dere lærte å finne den ene ukjente vha. den andre i ei av de to likningene, deretter sette inn dette svaret i den andre likninga slik at dere kunne løse den; svaret dere fikk satte dere inn i den første for å finne den andre.
Denne metoden (men ikke addisjonsmetoden som noen av dere kan) virker også på ikke-lineære likningssett: Dersom ei av likningene er av første grad, finner dere den ene ukjente uttrykt ved den andre i *den* likninga og bruker innsettingsmetoden derfra: Det blir fort flere løsninger! (Dersom begge likningene er av andre grad, velger dere likning fritt, og det blir litt mere å passe på!)
• Dere lærte også å bruke GeoGebra for å løse likningssett: Vi tenker oss hver av de to likningene som en rett linje. Disse kan vi tegne på vanlig måte i et koordinatsystem. Løsninga ligger i skjæringspunktet mellom de to grafene. Der kan vi lese av både *x* og *y*.</td><td>**9/2**</td></tr>
</table>

Oppgaver	Innhold	Dato
	Denne metoden virker på alle funksjoner, ikke bare rette linjer, og det kan godt være vi finner flere skjæringspunkt, altså flere løsninger. • Dere lærte også å bruke TI-nspire for å løse likningssett. Den metoden virker for alle typer likningssett. Skriv inn likningene på en av disse to måtene og løs. Husk alle kommaene! $\text{solve}\left(x^2+y^2=25 \text{ and } x+y=7,x,y\right)$ $x=3 \text{ and } y=4 \text{ or } x=4 \text{ and } y=3$ $\text{solve}\left(\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ x+y=7 \end{cases},x,y\right)$ $x=3 \text{ and } y=4 \text{ or } x=4 \text{ and } y=3$	**9/2**
REGNES UT: **5.83, 5.84, 5.85, 5.86, 5.87, 5.88, 5.89**	**5.15 - Sammensatte eksempler:** Her møter dere ei større oppgave som tar for seg mange av teknikkene dere har lært i kapitlet. Det er viktig å se sammenhenger når dere lærer noe, kanskje spesielt i matematikk der alt bygger på noe dere har lært tidligere! Prøv dere på oppgavene!	**9/2**
■**Sammendrag av kapitlet - side 186 (Bok 1T):** Dette er stoff som passer på en huskelapp for kapittel 5. ■**Test deg selv - side 187 (Bok 1T):** Utfør testen på egen hand en stille ettermiddag. Deretter retter du utfra løsningene på side 304-308. Klarer du halvparten, har du såvidt klart en 3er! En tredel gir deg ståkarakter og fire femdeler er en 5er! ■**Øvingsoppgavene til kapitlet - side 188-199 (Bok 1T):** Fasit side 335-342.		
Innføring til kapitlet: 5.181, 5.212, 5.221a		
Prøve i kapittel 5:		

Tommy & Tigern (Calvin & Hobbes):



Tommy & Tigern, bind 3, side 94, øverst og midt