

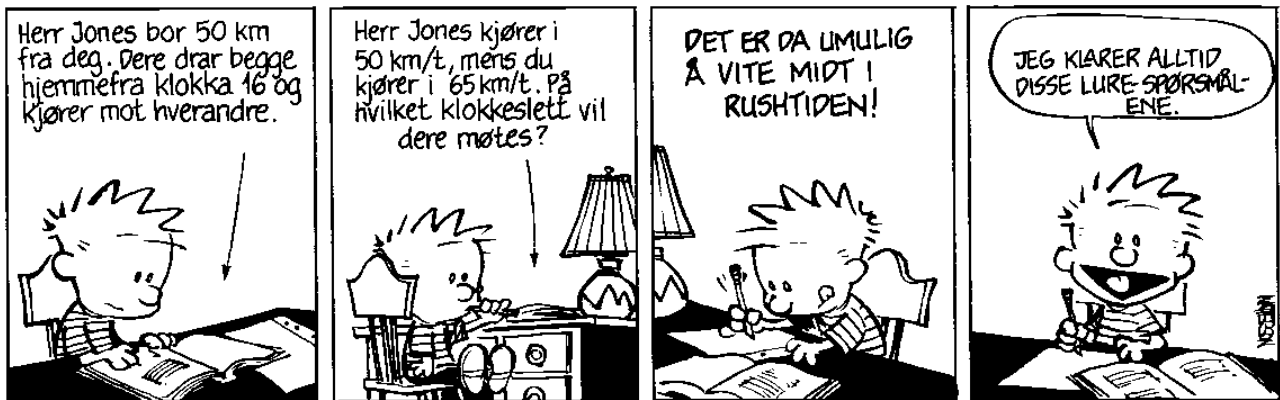
4: Sannsynlighetsregning

Plan for hele året:

- Kapittel 5: Januar
- Kapittel 6: Februar
- Kapittel 7: Februar/mars
- Kapittel 8: Mars/april
- Repetisjon: April/mai
- Økter, prøver, prosjekter: Mai - juni

- Sannsynlighetsregning er ei grein innafor matematikken som forutsier hvordan det bør gå. En slags framtidsmatematikk.
- I grunnskolen har dere lært å samle inn data og se etter mønstre: Finne gjennomsnitt og tendens, og lage histogram.
- Nå skal vi gå noe videre: Hva er det sannsynlig at kommer til å skje? Med dette verktøyet kan vi trekke sannsynlige konklusjoner om framtida. Samfunnsplanleggere trenger blant annet et slikt verktøy for å bygge morgendagens samfunn.
- Dessuten er det ikke uvanlig at forskningsarbeider - både master og doktorgradsavhandlinger - innafor de fleste fag tar utgangspunkt i et statistisk materiale.
- Sannsynlighetsregning blei diskutert av grekerne for flere tusen år sia. Men egentlig stammer teorien fra 15-1600-tallet. Og en systematisk teori blei ikke utvikla før rundt 1800.

Vi skal se på sannsynlighetsregning først og fremst med hjelpemidlet **Excel - regneark**: Et regneark regnes som standard programvare, og det er en type program som utfører de fleste statistiske analyser som trengs, og tegner høvelige grafer. Vi skal bruke Excel på en grunnleggende metode, men programmet inneholder ferdige funksjoner som løser større oppgaver nærmest automatisk!



Tommy & Tigern, bind 1, side 239, øverst

Sannsynlighetsregning i videregående skole er identisk i P- og i T-kurset på VG1, og sannsynlighetsregninga i R1 fins også i S-kursene, men S går lengre enn R. Vi forutsetter at dere kjenner begrepene dere lærte i grunnskolen. Men det kan jo være greit å se over hva dere har lært:

Repetisjon fra grunnskolen:

1. Mål for det vanligste resultatet - såkalt **sentralmål**:
 - **Gjennomsnitt**: Sum av observasjoner/Antall observasjoner
 - **Median**: Ordne observasjonene etter størrelse og finn den midterste. Er du da midt mellom to observasjoner, tar du gjennomsnittet av dem.
 - **Typetall**: Den observasjonen som forekommer oftest.Disse tre målene er ofte i nærheten av hverandre, men ikke nødvendigvis. Tenk over hva som ligger i hver enkelt av dem, de uttrykker litt forskjellige sider av "det tyoiske".
2. Mål for hvor stor **spredning** det er i det innsamla materialet:
 - **Variasjonsbredde**: Forskjell mellom største og minste observasjon.
3. **Diagrammer** - som vi møter igjen i Excel:
 - **Linje- og punktdiagram** viser endring over tid, som en graf til en funksjon.
 - **Søylediagram** viser frekvens, altså hvor mange og hvor mye.
 - **Sektordiagram** viser forholdet til helheten, som ei kake.

- **Histogram** brukes på klassedelt materiale der arealene viser forholdet mellom klassene.
- **Stamme-blad-diagram** er en tabell som viser det samme som histogrammet.
- **Frekvenstabell** er en tabell over alle resultatene der det er enkelt å beregne sentralmål, spredning og etter hvert mer. Frekvenstabellen er utgangspunktet for et Excel-regneark.
- **Klassedeling** er som frekvenstabellen, men med mange observasjoner er det praktisk å samle de som ligger nær hverandre i klasser.

Oppgaver	Innhold	Dato																																										
Prøve i kapittel 2 og 3!		6/12																																										
4.1, 4.2, 4.3, 4.4 4.5 (U)	<p>4.1 - Uniform sannsynlighetsmodell: En grunnleggende idé i sannsynlighetsregninga er at en sannsynlighet er en brøk med "gunstige" delt på "mulige". Det er 6 sider på en terning, 1 av dem er 6er.</p> <p>Utfall er en mulighet: At en terning gir 6, er ett utfall Utfallsrom er alle mulige utfall: En terning har utfallsrommet {1, 2, 3, 4, 5, 6} Hending er det som skal skje.</p> <p>Sannsynlighet for hendinga A skriver vi: $P(A)$ Antall mulige utfall, dvs. sider er 6. Hvis vi vil finne sannsynligheten for 6er, fins den bare på ei side: Antall gunstige utfall er bare 1. Sannsynligheten for en 6er er altså $1/6$.</p> <p>Ganger vi denne brøken med 100, får vi sannsynligheten i prosent: $\frac{1}{6} = \frac{1}{6} \cdot 100\% = \underline{16,7\%}$</p> <p>En uniform sannsynlighetsmodell kaller vi en situasjon der alle sannsynlighetene er like store: Dette gjelder for eksempel ved mynt- og terningkast og i Lotto.</p>	8/12																																										
4.6, 4.7, 4.8, 4.9 4.10 (U)	<p>4.2 - Illustrasjon av utfallsrommet: Det er viktig å kunne tegne opp <i>hva som foregår</i> i ei oppgave. <i>Valgtre</i> og <i>krysstabell</i> er de to vanligste metodene, og de er gode, side 120 og 121.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Valgtre: Når flere hendelser skal inntreffe, må sannsynlighetene multipliseres. Omvendt: Når den ene eller den andre eller den tredje eller... skal inntreffe, skal sannsynlighetene summeres. <p>Kast av to terninger kan se slik ut:</p> <p>1. kast: <table style="display: inline-table; border: 1px solid black; margin-right: 20px;"><tr><td style="width: 100px; height: 20px; text-align: center;">Krone</td></tr></table> <table style="display: inline-table; border: 1px solid black;"><tr><td style="width: 100px; height: 20px; text-align: center;">Mynt</td></tr></table></p> <p>2. kast: <table style="display: inline-table; border: 1px solid black; margin-right: 20px;"><tr><td style="width: 50px; height: 20px; text-align: center;">Krone</td><td style="width: 50px; height: 20px; text-align: center;">Mynt</td></tr></table> <table style="display: inline-table; border: 1px solid black;"><tr><td style="width: 50px; height: 20px; text-align: center;">Krone</td><td style="width: 50px; height: 20px; text-align: center;">Mynt</td></tr></table></p> <p>Resultat: <table style="display: inline-table; border: 1px solid black; margin-right: 20px;"><tr><td style="width: 100px; text-align: center;"><u>K,K</u></td><td style="width: 100px; text-align: center;"><u>K,M</u></td></tr></table> <table style="display: inline-table; border: 1px solid black;"><tr><td style="width: 100px; text-align: center;"><u>M,K</u></td><td style="width: 100px; text-align: center;"><u>M,M</u></td></tr></table></p> <ul style="list-style-type: none"> • Krysstabell <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td></td> <td style="background-color: yellow; text-align: center;">Gutt</td> <td style="background-color: yellow; text-align: center;">Jente</td> <td style="background-color: yellow; text-align: center;">Sum</td> </tr> <tr> <td style="background-color: yellow; text-align: center;">Over</td> <td style="width: 50px; height: 20px;"></td> <td style="width: 50px; height: 20px;"></td> <td style="width: 50px; text-align: center;">400</td> </tr> <tr> <td style="background-color: yellow; text-align: center;">Under</td> <td style="width: 50px; height: 20px;"></td> <td style="width: 50px; text-align: center;">140</td> <td style="width: 50px; height: 20px;"></td> </tr> <tr> <td style="background-color: yellow; text-align: center;">Sum</td> <td style="width: 50px; text-align: center;">320</td> <td style="width: 50px; height: 20px;"></td> <td style="width: 50px; text-align: center;">690</td> </tr> </table> <p>Hvis vi setter inn formlene som summerer vannrett og loddrett, fylles resten av tabellen ut med svar. Vi må ta celle etter celle. Formlene ser for eksempel slik ut, og Excel regner ut svare spontant:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td></td> <td style="background-color: yellow; text-align: center;">Gutt</td> <td style="background-color: yellow; text-align: center;">Jente</td> <td style="background-color: yellow; text-align: center;">Sum</td> </tr> <tr> <td style="background-color: yellow; text-align: center;">Over</td> <td style="width: 50px; text-align: center;">=B4-B3</td> <td style="width: 50px; text-align: center;">=C4-C3</td> <td style="width: 50px; text-align: center;">400</td> </tr> <tr> <td style="background-color: yellow; text-align: center;">Under</td> <td style="width: 50px; text-align: center;">=D3-C3</td> <td style="width: 50px; text-align: center;">140</td> <td style="width: 50px; text-align: center;">=D4-D2</td> </tr> <tr> <td style="background-color: yellow; text-align: center;">Sum</td> <td style="width: 50px; text-align: center;">320</td> <td style="width: 50px; text-align: center;">=D4-B4</td> <td style="width: 50px; text-align: center;">690</td> </tr> </table> <ul style="list-style-type: none"> • Oppramsinger vil si å sette opp hele lista av hva som kan skje, side 120. • Diagrammer må dere tilpasse hver enkelt problemstilling, side 120. <p>Utfordringa er ganske fornøyeleg denne gangen: Problemstillinga har en morsom forhistorie i en TV-konkurransje i USA: http://en.wikipedia.org/wiki/Monty_Hall_problem En kortere versjon fins på norsk Wikipedia. En god analyse fins her: http://www.faisal.com/docs/monty</p>	Krone	Mynt	Krone	Mynt	Krone	Mynt	<u>K,K</u>	<u>K,M</u>	<u>M,K</u>	<u>M,M</u>		Gutt	Jente	Sum	Over			400	Under		140		Sum	320		690		Gutt	Jente	Sum	Over	=B4-B3	=C4-C3	400	Under	=D3-C3	140	=D4-D2	Sum	320	=D4-B4	690	9/12
Krone																																												
Mynt																																												
Krone	Mynt																																											
Krone	Mynt																																											
<u>K,K</u>	<u>K,M</u>																																											
<u>M,K</u>	<u>M,M</u>																																											
	Gutt	Jente	Sum																																									
Over			400																																									
Under		140																																										
Sum	320		690																																									
	Gutt	Jente	Sum																																									
Over	=B4-B3	=C4-C3	400																																									
Under	=D3-C3	140	=D4-D2																																									
Sum	320	=D4-B4	690																																									

	Hvis dere vil teste det realistiske i problemstillinga, er dette ei god simulering: http://people.hofstra.edu/Steven_R_Costenoble/MontyHall/MontyHallSim.html	
Oppgaver	Innhold	Dato
4.11, 4.12, 4.13, 4.14	4.3 - De store talls lov: Når vi gjentar et forsøk mange ganger, for eksempel kaster ei terning mange ganger, vil den relative frekvensen, altså den samla sannsynligheten, nærme seg sannsynligheten, den teoretiske sannsynligheten, for forsøket. Når vi kaster ei terning ti ganger, får vi kanskje 6 ingen, én eller to ganger. Kaster vi terningen 100 ganger, får vi ikke samme antall hver gang, vi kan få 14, 15, 16, 17, 18... ganger 6. Fortsetter vi, vil antall 6ere nærme seg 1/6 av gangene. Sannsynlighet beregnes alltid i det lange løp.	15/12

Casio: Vil du kaste terningen mange ganger på kalkulatoren din?

- Prøv å bruke random-funksjonen: Den fins under OPTN - PROB og lager tilfeldige tall mellom 0 og 1, og dere kan bare trykke EXE for å få mange tall.
- Vil dere ha 1 eller 2 - som i mynt og kron: Int (2Ran#+1)EXE
- Vil dere ha tallene 1 - 6 som på terning: Int (6Ran#+1) EXE

Ti-nspire: Kaste terning mange ganger

Tilfeldige tall kalles internasjonalt, dvs. på engelsk, *random* og heltall *integer* - derav kommandoene:

- Tilfeldig tall fra 0 til 1: rand()
- 5 tilfeldige tall fra 0 til 1: rand(5)
- Tilfeldig heltall fra 1 til 6: randInt(1,6)
- 5 tilfeldige heltall fra 1 til 6: randInt(1,6,5)
- 2 kolonner og 5 rader med tilfeldige ensifra heltall inkludert 0: randMat(5,2)

Excel: Norsk Excel har oversatt kommandoen.

Formler - Sett inn funksjon - Leit blant Alle.

- Skriv eller sett inn i ei celle: =TILFELDIGMELLOM(1;6) og du får terningkast.
- Lotto: =TILFELDIGMELLOM(1;34)
- Ønsker dere mange, så ta tak nederst til høyre i cella og dra den ut til å dekke 10 ganger 10, for eksempel.
- Vil dere ha desimaltall fra 0 til 1, er kommandoen =TILFELDIG()
- Funksjonene kan ganges og deles med hva dere vil, og det går an å velge heltallsverdien med formelen HELTALL()
- Hvis dere vil være litt fancy, kan dere gjøre om 1 til "mynt" og 2 til "krone": =HVIS(TILFELDIGMELLOM(1;2)=1;"mynt";"krone")
- Funksjonen HVIS(logisk_test;sann;usann) tester om noe stemmer, og dersom den stemmer eller ikke stemmer, skrives svara vi ønsker ut. Dette er en typisk programmeringssetning i et høynivå dataspråk, på norsk. Egentlig lyder den IF (...) THEN (...) ELSE (...). Tekst må stå i anførsel, tall står uten.
- Å lage en tabell som regner med Excel: Tabellen i eksempelet på side 122 kan settes opp slik:

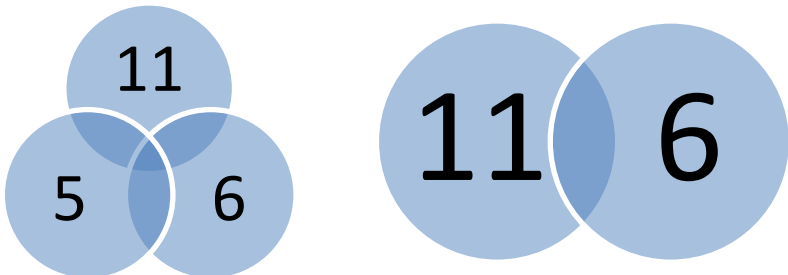
Antall kast n	Spissen opp - absolutte tall	Opp - relative i %	Spissen ned - absolutte tall	Ned - relative i %
100	78	78,0	22	22,0
200	127	63,5	73	36,5
300	141	47,0	159	53,0
400	218	54,5	182	45,5
500	295	59,0	205	41,0
600	318	53,0	282	47,0
700	378	54,0	322	46,0
800	450	56,3	350	43,8
900	503	55,9	397	44,1
1000	561	56,1	439	43,9

Når dere fyller den ut, gjør dere slik:

- Øverste linje er tekst
- Venstre kolonne: Når systemet er enkelt som her, kan dere skrive inn de to første tallene, 100 og 200, merke de to cellene og så ta tak i flekken nede til høyre og trekke ned så langt dere skal: Excel følger

<p>systemet deres med 300, 400 osv!</p> <ul style="list-style-type: none"> Neste kolonne må skrives inn: Dette er målte tall, forsøk! Skriv inn formel i øverste celle: $=100*B2/ΣA2$. Dollartegnet er nyttig for å holde dette til kolonne A - se seinere! Kontroller at svaret ser rett ut og kopier dette i hele kolonnen. Neste kolonne tilsvarende: Den øverste er resten av tegnestiftene, dvs. $=A2-B2$. Ikke dollartegn for denne skal ikke brukes mer. Kopier til resten av kolonnen. Siste kan dere kopiere hele kolonne C, og her ser dere vitsen med dollartegnet: Formelen blir kopiert, den bruker til kolonne D og kolonne A: Hadde vi ikke brukt \$ foran A ville A blitt skifta ut med C! <p>Husk: Hjem - Skrift - Tall - Velg format på tallene, for eksempel antall desimaler.</p> <p>Det er viktig at dere lar Excel gjøre så mye som mulig av arbeidet. For det første er det arbeidsbesparende. Og like viktig er det at det nå er veldig enkelt å endre data eller utvide tabellen uten å endre mer enn vi må!</p> <p>Kast terning 100 ganger og se om dere får omtrent like mange av hvert slag!</p> <p>Bruk regnearket aktivt: Skriv inn data, og be Excel om å regne ut nye kolonner dere trenger! Om det så bare er for å gjøre om absolutte tall til relative, dvs. beregne prosenter!</p>

Oppgaver	Innhold	Dato
4.15, 4.16	<p>4.4 - Betinget sannsynlighet: I mange beregninger utfører vi sannsynlighetsberegninger med betingelser at noe allerede er inntruffet. Hvis det for eksempel er 100 personer til stede og 40 røyker, er sannsynligheten for at en person røyker 0,4. Dersom 60 av personene er jenter og 30 av de 40 røykerne er jenter, er sannsynligheten for at ei jente røyker 0,5: $P(\text{Røyker} \text{Jente})$ vil være måten å skrive på, og vi skal legge merke til at antall mulige har endra seg!</p> <p>Avhengige og uavhengige hendinger: I eksempelet så vi at vi hadde to ulike sannsynligheter, den var høyere for jenter enn for gruppa som helhet. Det betyr at kjønnet faktisk spiller en rolle for røyking: Røyking er derved avhengig av kjønn, hendingene "jente" og "røyking" er avhengige hendinger.</p> <ul style="list-style-type: none"> Den matematiske formelen for avhengighet: $P(A) = P(A B)$ gjør A og B til uavhengige hendinger, mens $P(A) \neq P(A B)$ gjør A og B til avhengige hendinger. <p>Merk at kast med terning og mynter er uavhengige forsøk! Verken terninger eller mynter kan huske hva som skjedde i forrige kast. Deler vi ut kort fra en kortstokk uten å legge korta tilbake, er kortene vi får avhengige av hva som har vært delt ut før.</p>	15/12
4.17, 4.18, 4.19, 4.20	<p>4.5 - Snitt av hendinger: Et snitt av to hendinger betyr at både den ene hendinga og den andre skal inntreffe. $A \cap B$ betyr både A og B, og leses "snittet av A og B".</p> <p>Produktsetninga: Uavhengige hendinger der to eller flere utfall skal inntreffe, betyr at sannsynligheter skal multipliseres: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$</p> <p>Dersom A og B er avhengige hendinger, blir regelen slik: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B A)$.</p> <p>"Og" betyr at vi kan gange sammen sannsynligheter, og rekkefølgen er uvesentlig.</p>	16/12
4.21, 4.22, 4.23 4.24 (U)	<p>4.6 - Komplement. Sannsynligheten for minst én: Det motsatte av hendinga A er \bar{A}, "komplementet av A" eller "ikke A". $P(A)$ og $P(\bar{A})$ er komplementære hendinger.</p> <ul style="list-style-type: none"> Ofte kan det være enklere å regne ut det motsatte av det vi er på jakt etter: $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ fordi $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ <p>NB: $P(\text{minst én}) = 1 - P(\text{ingen})$</p> <ul style="list-style-type: none"> Summen av alle sannsynlighetene er 1, altså 100 %. Når det er sikkert at noe inntreffer, er sannsynligheten 1. Og når det er sikkert at noe ikke inntreffer, er sannsynligheten 0! 	16/12
4.25, 4.26, 4.27 4.28 (U)	<p>4.7- Venndiagram: Et venndiagram er en fin illustrasjon av mengder i ulike sekker. Se illustrasjoner på side 130 i læreboka!</p>	5/1
4.29, 4.30, 4.31 4.32 (M)	<p>4.8 - Union.: Tegnet for union likner på tegnet for snitt. Der snitt betød "og", betyr union "eller". $A \cup B$ leses "A union B" eller "A eller B". Et venndiagram gir oss:</p> <p>Addisjonssetninga:</p> <ul style="list-style-type: none"> $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 	5/1

	<ul style="list-style-type: none"> Den kan også snus på: $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$  <p>Excel har Venn-diagram: Sett inn - SmartArt - Velg blant "Alle" og bla nedover og hent et. Dere har noen valg når det gjelder utforming.</p>	
--	---	--

4.33, 4.34, 4.35, 4.36, 4.37 4.38 (U)	4.9 - Disjunkte hendinger: Hendinger som ikke har noe felles, kalles <i>disjunkte</i> . <ul style="list-style-type: none"> For disjunkte hendinger blir addisjonssetningen enklere: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ fordi $P(A \cap B) = 0$ Total sannsynlighet: Deler vi opp i disjunkte hendinger, kan sannsynligheter adderes. <ul style="list-style-type: none"> Adderer vi alle, skal vi få 1. 	6/1
--	---	-----

4.39, 4.40, 4.41 4.42 (U)	4.10 - Binomisk sannsynlighet: En binomisk modell krever at hendingsene er <ul style="list-style-type: none"> <i>Uavhengige</i> Bare <i>to mulige</i> hendinger (bi- betyr 2) <i>Konstant sannsynlighet</i> <ul style="list-style-type: none"> Formelen ser slik ut: $\binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1-p)^{n-x}$ der de tre leddene uttrykker antall kombinasjoner, sannsynlighet for den ene hendinga og sannsynlighet for den andre hendinga. <p>Et eksempel: I en familie er det 6 barn. Sannsynlighet for at det fødes en gutt er 0,514 og sannsynligheten for ei jente er 0,486. (Du ser at de to til sammen blir 1, de er disjunkte, og flere kjønn har vi ikke. Dessuten gir to muligheter oss en binomisk sannsynlighetsfordeling.) Sannsynligheten for 2 gutter og 4 jenter blir: GGJJJJ gir oss</p> $0,514 \cdot 0,514 \cdot 0,486 \cdot 0,486 \cdot 0,486 \cdot 0,486 = 0,514^2 \cdot 0,486^4 = 0,0147$ <p>Men det er ikke slik at guttene trenger være født først, de kan være født på 5+4+3+2+1=15 plasser i søskenflokket. Derved blir sannsynligheten 15 ganger så stor: $0,0147 \cdot 15 = 0,221$, altså 8,4 %. Antall plasseringer i søskenflokket finnes med formelen</p> $\frac{6 \cdot 5}{1 \cdot 2} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{6!}{2! \cdot 4!} = \binom{6}{2} = 15$ <p>(Leses "6 over 2" - se i Excel-kolonne 3.)</p>	6/1
------------------------------	---	-----

Antall kombinasjoner - VG2-stoff, altså R1 eller S1:		
<ul style="list-style-type: none"> 6 personer kan stilles i antall rekkefølger: På første plass kan det stå 6 forskjellige, på andre plass er det 5 igjen, 4 til tredje plass, 3 til fjerde, 2 til femte og en igjen til siste plass, altså: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$ ulike rekkefølger. Vi har en enklere skrivemåte: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 6!$ som leses "seks faktullet". Dette gjelder bare for hele positive tall, og vi begynner på 1. Matematisk sett må vi ha en definisjon for "null faktullet", den dukker opp av og til: $0! = 1$ Dette er rart, uforståelig - men nødvendig! I en binomisk fordeling trenger vi antall kombinasjoner for to ulike typer: Vi kan for eksempel studere jenter og gutter: Hvor mange måter kan vi ordne 6 gutter på? GGGGGG er bare én måte. 1 jente og 5 gutter kan ordnes som: GGGGGG, GJGGGG, GGJGGG, GGGJGG, GGGGJG og GGGGGJ, dvs. 6 måter. 2 jenter og 4 gutter: JJGGGG, JGJGGG, JGGJGG, JGGGJG, JGGGGJ, GJJGGG, GJGJGG, GJGGJG, GJGGGJ, GGJJGG, GGJGJG, GGJGGJ, GGGJJG, GGGJGJ og GGGGJJ, dvs. 15 måter. osv. Men slik kan vi jo ikke jobbe! Vi må ha en formel: I utgangspunktet kan 6 personer ordnes på 6! måter. Men da har vi jo fått med altfor mye: De to jentene kan bytte plass, men det skal jo ikke bety noe sia vi bare er interessert i kjønnene deres, ikke hvem de faktisk er: 2 jenter kan stå i 2! rekkefølger. Dessuten kan de 4 guttene stå i 4! rekkefølger. Det betyr at 2 jenter og 6 gutter kan ordnes i $\frac{6!}{2! \cdot 4!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$ måter. Skal vi ordne 2 av 6 har vi en enklere måte å skrive det på: $\frac{6!}{2! \cdot 4!} = \binom{6}{2}$ som leses "seks over 2". Og moderne kalkulatorer og regneark har en enkel funksjon å bruke: 		

- Casio kalkulator skriver $\binom{6}{2}$ slik: 6 nCr 2 <enter> og dere finner nCr under OPTN - PROB.
- TI-nspire har kommandoen som ncr(), bare skriv det så ser dere at det virker. $\binom{6}{2}$ skrives slik: ncr(6,2) <lsk>

Excel har kommandoen =KOMBINASJON(6;2) i ei celle.

Casio: "6 over 2" finnes altså slik: OPTN - PROB - 6 nCr 2 - EXE, som blir 15.

TI-nspire:

- Funksjonen "6 over 2", er altså slik: ncr(6,2)
- Hvis vi ønsker å regne ut enkeltresultater, altså bruke hele formelen, fra fordelinga, er TI-nspire riktig kjekk. Setter vi sannsynlighet for gutt lik 0,514 og antall barn totalt til 6, kan vi regne ut hver av sannsynlighetene slik:
- Sannsynlighet for 0 gutter: binomPdf(6,0.514,0) som gir 0,013177
Hvis du vil ha summert opp sannsynligheter, for eksempel :
- Sannsynlighet for 0, 1, 2 eller 3 gutter: binomCdf(6,0.514,0,3) som gir 0,629647
- Den motsatte sannsynligheten blir naturligvis: binomCdf(6,0.514,4,6) = 1 - binomCdf(6,0.514,0,3) som gir 0,370353

Excel: En binomisk fordeling, 6 barn i en familie

- Funksjonen "6 over 2", er altså: =KOMBINASJON(6;2) - se kolonne 3.
- Bruker vi regnearket, Excel, får vi lett full oversikt, eller *frekvenstabell* som dere kjenner fra før:

Antall gutter, x	Antall jenter, 6-x	Antall kombinasjoner, «6 over x»	Andel gutter, p=0,514	Andel jenter, p=0,486	Binomisk fordeling	Binomisk fordeling i %:	Sannsynlighet for:
0	6	1	1,000	0,013	0,013	1,318 %	Ingen gutter, 6 jenter
1	5	6	0,514	0,027	0,084	8,362 %	1 gutt, 5 jenter
2	4	15	0,264	0,056	0,221	22,109 %	2 gutter, 4 jenter
3	3	20	0,136	0,115	0,312	31,177 %	3 gutter, 3 jenter
4	2	15	0,070	0,236	0,247	24,730 %	4 gutter, 2 jenter
5	1	6	0,036	0,486	0,105	10,462 %	5 gutter, 1 jente
6	0	1	0,018	1,000	0,018	1,844 %	6 gutter, ingen jenter
	Sum	64		Sum	1	100 %	

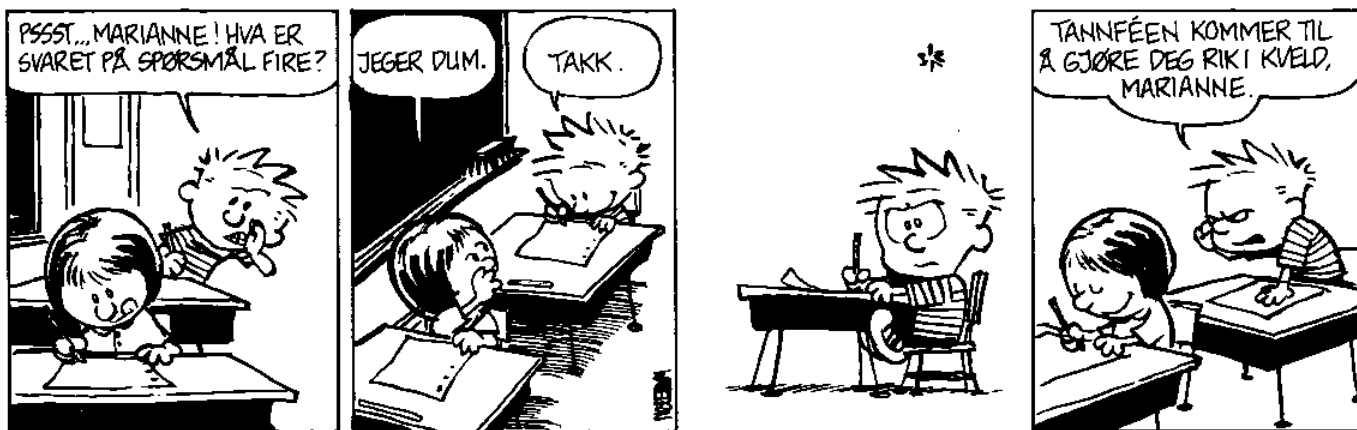
- Egentlig er det bare hele formelen som er interessant, kolonne 6, den kommer fram ved å multiplisere de tre kolonnene foran.
- Legg merke til tallene: Antall kombinasjoner er interessant! Det er 20 ulike måter en barneflokk på 3 av hvert kjønn kan settes sammen på, altså 20 ulike rekkefølger gutter og jenter kan være født i. Og det er grunnen til at det er vanligere med 3 av hvert kjønn i en 6-barnsfamilie enn 6 av ett kjønn, der det bare fins en mulig rekkefølge!

I Excel fins den binomiske fordelinga som **egen funksjon**. Hjelp i Excel:

- **Formelen:** BINOM.FORDELING(antall_s;forsøk;sannsynlighet_s;kumulativ)
Antall_s er antall forsøk med vellykket utfall.
Forsøk er antallet uavhengige forsøk.
Sannsynlighet_s er sannsynligheten for å lykkes ved hvert forsøk.
Kumulativ er en logisk verdi som bestemmer funksjonens form. Hvis kumulativ er lik SANN, returnerer BINOM.FORDELING den kumulative fordelingsfunksjonen, eller sannsynligheten for at det maksimalt er antall_s vellykkede forsøk. Hvis kumulativ er USANN, returneres punktsannsynlighet, som er sannsynligheten for at det skal bli antall_s vellykkede forsøk.

Sannsynlighet gutt:	Antall gutter i en barneflokk på 6:	Sannsynlighet for gutter:
0,514	0	0,013177032
Sannsynlighet jente:	1	0,083617218
	2	0,221086678
0,486	3	0,311765576
	4	0,247295534
	5	0,104617205
	6	0,018440756
	SUM	1

<p>Her er funksjonen - Formler - Sett inn funksjon - BINOM.FORDELING(x;n;p;SANN/USANN) Tabellen er laga for å kartlegge sannsynlighet for ulike antall gutter i en barneflokk på 6, og svaret er sannsynligheten, et tall fra 0 til 1. Vil vi ha prosent, ganger vi svaret med 100. I formelen må vi fortelle i rekkefølge fra venstre med ; mellom:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Hvor mange gutter skal vi ha? x i formelen. Tallet tar vi fra cella til venstre. 2) Hvor stor hele barneflokk er, n i formelen eller 6 denne gangen. 3) Sannsynligheten for gutter, tallet henter vi fra celle A2, men den skal holdes fast og det gjør vi med \$A\$2. Dette er p i formelen. 4) Til slutt må vi avgjøre om vi skal legge sammen sannsynlighetene dit vi er - SANN - eller bare ha dem som enkeltsannsynligheter - USANN. Her har jeg brukt USANN. <p>Siste kolonne programmeres slik: =BINOM.FORDELING(B2;6;\$A\$2;USANN) der B2 er antall gutter i denne raden, 6 er antall forsøk i alt, \$A\$2 er sannsynligheten for gutt og \$-tegnene forteller at vi skal holde oss til A2 hele vegen ned (vi kunne jo skrevet 0,514 direkte, men det er lurt å kunne skifte ut tallet enkelt slik som her) og USANN betyr at sannsynlighetene ikke skal summeres) =BINOM.FORDELING(B3;6;\$A\$2;USANN) er neste linje, som bare er kopiert. =BINOM.FORDELING(B4;6;\$A\$2;USANN) neste - osv.</p> <p>Summen nederst er summen av alle sannsynlighetene, som alltid skal bli 1. Bruk SUMMER og sett inn startcelle:sluttcelle.</p>		
Oppgaver	Innhold	Dato
4.43, 4.44	4.12 - Sammensatt eksempel: Her møter dere ei større oppgave som tar for seg mange av teknikkene dere har lært i kapitlet. Det er viktig å se sammenhenger når dere lærer noe, kanskje spesielt i matematikk der alt bygger på noe dere har lært tidligere! Prøv dere på oppgavene!	6/1
<p>Sammendrag av kapitlet - side 140 (Bok 1T): Dette er stoff som passer på en huskelapp for kapittel 4. Test deg selv - side 141 (Bok 1T): Utfør testen på egen hand en stille ettermiddag. Deretter retter du utfra løsningene på side 303 - 304. Klarer du halvparten, har du såvidt klart en 3er! En tredel gir deg ståkarakter og fire femdel er en 5er! Øvingsoppgavene til kapitlet - side 142 - 153 (Bok 1T): Fasit side 331 - 335.</p>		
Innføring til kapitlet: 4.114, 4.116, 4.134, 4.138		13/1
Prøve i kapittel 4		



Tommy & Tigern, bind 2, side 76, midten