

3: Potenser. Logaritmer. Eksponentiell vekst.

Plan for hele året:

- Kapittel 4: Desember
- Kapittel 5: Januar
- Kapittel 6: Februar
- Kapittel 7: Februar/mars
- Kapittel 8: Mars
- Repetisjon: April/mai
- Økter, prøver, prosjekter: Mai - juni

- Vi forlater funksjoner og grafer en liten stund. Dette kapitlet dreier seg først om tall- og bokstavregning.
- Men vi skal tilbake til vekstfaktor og se på vekstfaktor i sammenheng med funksjoner.




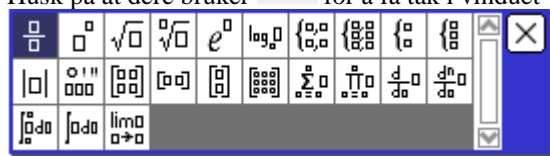
Tommy & Tigern, bind 1, side 191, nederst

Oppgaver	Innhold	Dato
3.1, 3.2, 3.3 3.4 (U)	<p>3.1 – Potenser med positive eksponenter: Vi skal repetere potensreglene først. Husk på at vi kaller hovedtallet, det som står på vanlig plass, for <i>grunntall</i>. Det tallet vi opphører i, kalles <i>eksponent</i>. Og grunntall med eksponent kalles <i>potens</i>. Potenser er potente, dvs. kraftige saker. Å opphøye noe i noe, gir fort veldig store tall. For eksempel er $2 \cdot 10 = 20$ mens $2^{10} = 1024$</p> $a^2 = a \cdot a \qquad a^3 = a \cdot a \cdot a \qquad a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a$ $a^m \cdot a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^m : a^n = a^{m-n} \qquad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$ $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	8/11
3.5, 3.6, 3.7, 3.8	<p>3.2 – Eksponent lik null. Negative eksponenter: I matematikken skal vi ha regler for alle tall, og dermed må vi også se hva som skjer når eksponenter og grunntall ikke bare er naturlige tall.</p> $\frac{a^m}{a^m} = 1 = a^{m-m} = a^0 \quad \text{Regelen blir altså: } a^0 = 1$ $\frac{a^2}{a^5} = \frac{1}{a^3} = a^{2-5} = a^{-3} \quad \text{Regelen blir altså: } a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	17/11
3.9, 3.10, 3.11, 3.12, 3.13	<p>3.3 – Store og små tall: Det er av og til vanskelig å lese store og små tall, så vi skriver dem om til potenser. 1 million er 1 000 000 men det er lettere å skrive 10^6. Vi innfører noe som kalles standardform hvor vi "gjør om" nuller til tierpotenser og sjølve tallet til et tall mellom 1 og 10:</p> $1230000000000 = 1,23 \cdot 10^{12} \quad \text{En kalkulator ville skrive } 1.23 \text{ E } 12$ $0,00000000123 = 1,23 \cdot 10^{-9} \quad \text{En kalkulator ville skrive } 1.23 \text{ E } -09$	18/11
3.14, 3.15, 3.16, 3.17, 3.18	<p>3.4 – n-te røtter. Ukjent vekstfaktor: Dere er vant med kvadratrøtter, altså andregradsrot. Som vanlig i matematikk kan vi ikke stoppe ved tallet 2, vi må kunne trekke ut alle slags røtter, både 3. grad, 4., 3,7-rot osv. Derfor innfører vi begrepet n-te rot som skrives $\sqrt[n]{\quad}$. Regnereglene er slik:</p> $(\sqrt[n]{a})^n = a$ $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ <p>Skal vi regne med ukjent vekstfaktor over for eksempel 5 år, finner vi den ved å finne femterot!</p>	18/11
Prøve i kapittel 2		22/11

Regning med TI-nspire:

Til høyre har dere en del oppgaver fra oppgavesamlinga, løst med TI-nspire:

Husk på at dere bruker  for å få tak i vinduet



I dette vinduet finner dere

bl.a. $\sqrt[n]{\square}$ der dere kan trekke ut andre røtter enn kvadratroten.

Logaritmer kan dere be om med $\log(\square)$ og skrive tallet inni parentesen. TI-nspire føyer til så det blir $\log_{10}(\square)$ fordi det skal gjelde med grunntall 10.

(Dermed skjønner dere naturligvis at vi også kan ha logaritmer med andre grunntall – som dere vil møte til neste år. Grunntallet 2,71828... er for eksempel et praktisk grunntall...)

- Når det ikke står at dere skal *regne ut* men bare *finne* et svar, kan dere bruke TI-nspire. Bare skriv dette: "Jeg bruker TI-nspire for å regne ut." Eller: "Jeg fant svaret med kalkulator." Eller: "Jeg brukte GeoGebra for å tegne – og så legger dere ved utskrift av grafen eller tegninga!"

$\frac{3^{21}}{3^{19}}$	9
$\left(\frac{2}{3}\right)^2$	$\frac{4}{9}$
$\sqrt[4]{16}$	2
$\log_{10}(2.5)$	2.5
$\text{solve}\left(\log_{10}(x)=2,x\right)$	$x=100$

Opgaver	Innhold	Dato
3.19, 3.20, 3.21, 3.22 3.23 (U)	<p>3.5 – Potenser med brøkeksponenter. Potensfunksjoner: Å trekke ut rot er det motsatte av å opphøye i. Det er da logisk fordi \sqrt{a} er det motsatte av a^2, så må $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$. Regnereglene blir da:</p> $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a} \quad a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$ <p>Potensfunksjoner er av denne typen: $(x) = a \cdot x^b$</p>	24/11
3.24, 3.25, 3.26, 3.27	<p>3.6 – Logaritmer: Logaritmer er en matematisk oppfinnelse som hadde stor nytte da den blei funnet opp. Etter at vi fikk lommekalkulatorer og PCer er oppfinnelsen nesten unødvendig, i alle fall ville logaritmer neppe bli funnet opp i dag. Det er rart med slike påfunn: Det går ikke an å avopfinne dem! Så dere må lære teorien om logaritmer. Og oppfinnelsen førte med seg et par praktiske bruksområder. Jordskjelv måles logaritmisk (richters skala), det samme med lydstyrke (decibel) og surhetsgrad (PH-skalaen).</p> <ul style="list-style-type: none"> Logaritmer defineres slik: Logaritmen er det tallet vi må opphøye 10 i for å få et tall: $a = 10^{\lg a}$. Husk også at $\lg 10^x = x$ <p>Regnereglene er rett og slett potensreglene!</p> <ul style="list-style-type: none"> Merk spesielt: $\lg 1 = 0$ og $\lg 10 = 1$ Da blir jo også $\lg 100 = 2$ osv. <p>Ellers er det viktigste for oss at vi kan bruke logaritmereglene for å løse likninger der x er i eksponent.</p> <ul style="list-style-type: none"> Vi bruker logaritmereglene for å få x ned på bakken: $\lg a^x = x \cdot \lg a$ og derved kan vi finne x. 	25/11
3.28, 3.29, 3.30, 3.31, 3.32 3.33 (U)	<p>3.7 – Eksponentiallikninger: Her kommer anvendelsen av $\lg a^x = x \cdot \lg a$:</p> <p>Har vi en eksponentiallikning – alle kan forenkles til å se slik ut: $a^x = b$ får den løsninga $x = \frac{\lg b}{\lg a}$</p> <p>Bakgrunnen er at vi tar logaritmen tguil hele venstre side av likninga og hele høyre, og så løser vi likninga på vanlig måte, slik: $a^x = b \Rightarrow \lg(a^x) = \lg b \Rightarrow x \cdot \lg a = \lg b \Rightarrow x = \frac{\lg b}{\lg a}$</p>	1/12
3.34, 3.35	<p>3.8 – Eksponentialfunksjoner: Som overalt ellers i matematikk – det vi finner ut eller finner på, buker vi i alle de tenkelige sammenhenger som er mulig. Naturligvis må vi lage funksjoner av logaritmer. Vi går ikke så langt før til neste år, men vi lager funksjoner av potensfunksjonen: $f(x) = a \cdot b^x$. Dette er vekstfunksjoner der b er vekstfaktoren. Dersom $b > 1$, har vi positiv vekst mot høyre, altså en stigende kurve. Dersom $0 < b < 1$, har vi negativ vekst mot høyre, altså en garf som avtar. Og skulle $b = 1$, har vi ingen vekst, altså ei uinteressant, vannrett graf.</p>	1/12
3.36, 3.37 3.38 (U)	<p>3.9 – Logaritmelikninger: Som vi var inne på tidligere, når vi har funnet på noe i matematikk, kan vi bruke påfunnet vårt i alle tenkelige sammenhenger. Hva nå om vi bruker logaritmen til x i likninger? Hvis vi kan ordne ei logaritmisk likning slik, kan den løses: $\lg x = c \Rightarrow 10^{\lg x} = 10^c \Rightarrow x = 10^c$ Knepet her er, som vanlig, å gjøre det samme på begge sider av likhetstegnet: Sett begge sidene som eksponent med 10 som grunntall!</p>	2/12

Oppgaver	Innhold	Dato
3.39, 3.40 3.41 (U)	2.10 - Sammensatt eksempel: Her møter dere - som i foorrige kapittel - ei større oppgave som tar for seg mange av teknikkene dere har lært i kapitlet. Det er viktig å se sammenhenger når dere lærer noe, kanskje spesielt i matematikk der alt bygger på noe dere har lært tidligere! Prøv dere på oppgavene!	2/12
<ul style="list-style-type: none"> • Sammendrag av kapitlet - side 106 (Bok 1T): Dette er stoff som passer på en huskelapp for kapittel 2. • Test deg selv - side 107 (Bok 1T): Utfør testen på egen hand en stille ettermiddag. Deretter retter du utfra løsningene på side 301-302. Klarer du halvparten, har du såvidt klart en 3er! En tredel gir deg ståkarakter og fire femdeler er en 5er! • Øvingsoppgavene til kapitlet - side 108 - 115 (Bok 1T): Fasit side 327-330 • Husk stikkordslista side 372 - 374 (Bok 1T) dersom du leiter etter noe du skal ha lært i boka. • Og bakerst finner dere læreplanen for dette første året - men den er ikke så lett å lese... 		
Innføring til kapitlet: 3.94, 3.95, 3.97, 3.114		
Kapittel 4 starter:		
Prøve i kapittel 3		



Tommy & Tigern, bind 1, side 220, øverst