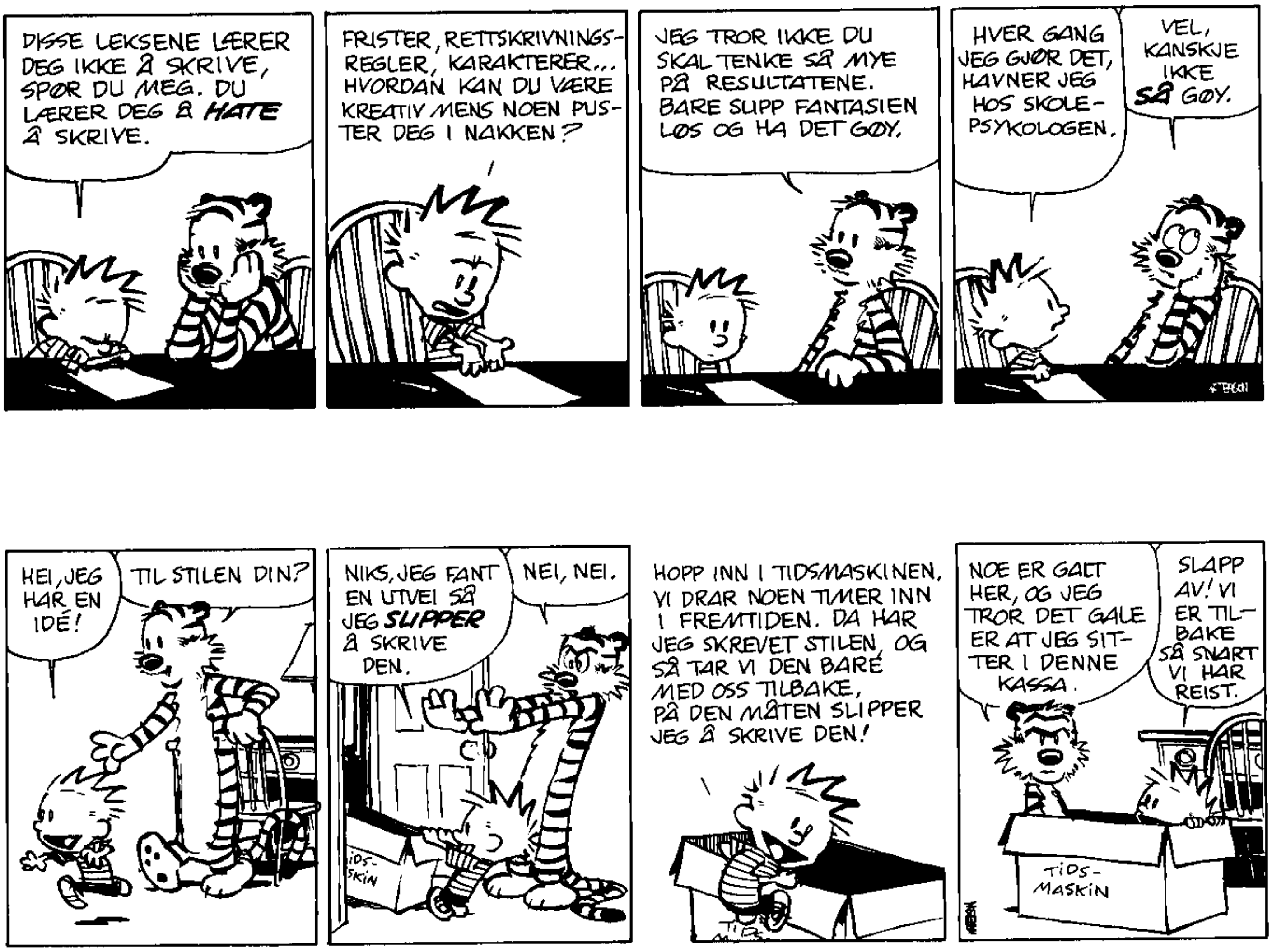
R2 – 2010/11 - Kapittel 7: 2. mars – 28. mars 2011
Resten av skoleåret: Repetisjon 28. mars – 30. mai 2011
Eventuell eksamen 31. mai!



Tommy & Tigern bind 4 side 83ø-n

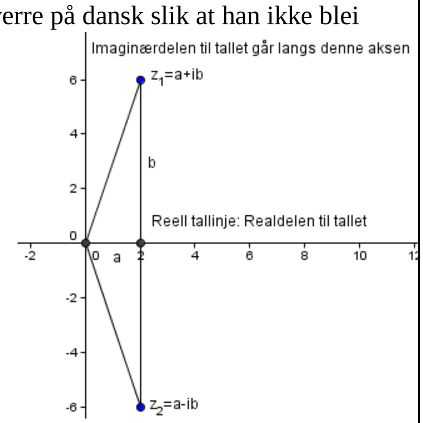
Differensiallikninger av andre orden:

Vi fortsetter med våre småprøver én gang i uka: Uten hjelpemidler!

I kapittel 5 lærte vi om første ordens differensiallikninger, altså likninger der *y*’ dukker opp på alle mulige, tenkelige måter. I dette kapitlet – av andre orden – dukker naturligvis *y*’’ opp også. Allerede Newton hadde behov for å kunne løse denne type differensiallikninger. Husk på at akselerasjon er den dobbeltderiverte til tilbakelagt strekning! Men først litt repetisjon:

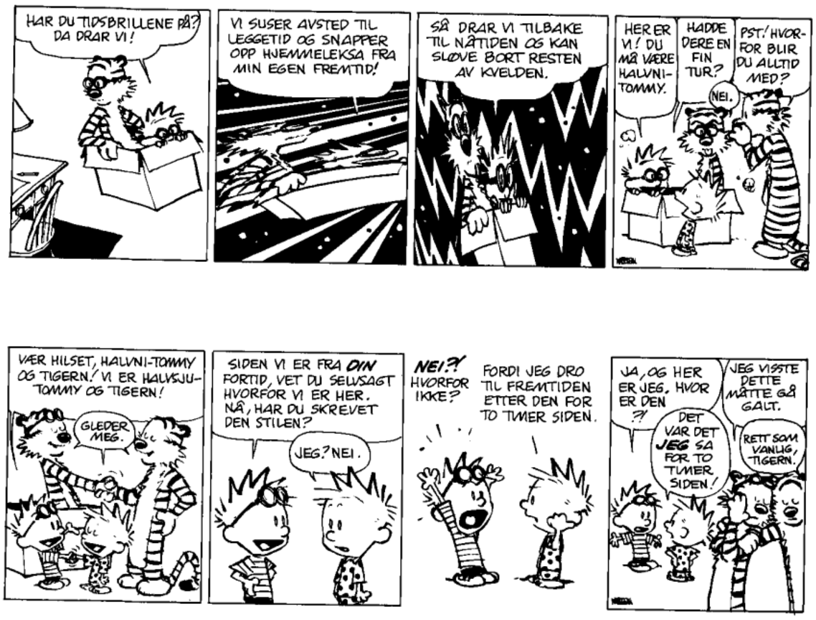
Repetisjon fra kapittel 5: Kokebok for første ordens differensiallikninger:

1. $y' = g(x)$ — For å finne *y* integrerer vi begge sider i likninga.
2. $g(y) \cdot y' = f(x)$ — *Separable differensiallikninger.* Vi gjør om *y*’ til $\frac{dy}{dx}$, multipliserer med *dx* på begge sider og integrerer begge sider i likninga.
3. $y' + ay = b$ — Løsninga blir: $y = \frac{b}{a} + C \cdot e^{-ax}$ der *C* er en vilkårlig konstant.
4. $y' + f(x) \cdot y = g(x)$ — Lag produktregelen for derivasjon på venstre side ved å multiplisere med $e^{\int f(x)dx}$ på begge sider og bruk denne produktregelen baklengs ved å integrere begge sider i likninga. Så må dere pynte litt til slutt. Husk på å få med konstanten *C* på rett plass.
5. $N' = k \cdot N \cdot (B - N)$ — *Logistisk vekst og bæreevne.* Løses som separabel likning med hjelpeformelen:
6. $\int \frac{1}{N(B-N)} dN = \frac{1}{B} \cdot \ln \frac{N}{B-N} + C$ — Denne hjelpeformelen er utvikla ved hjelp av delbrøkoppspalting.

Kladd	Innhold	Dato
7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5 7.6(U)	**7.1 – Differensiallikninger av andre orden:** Dersom det dukker opp *y'* i likninga, er den av andre orden. Den enkleste løses ved å integrere et par ganger: $y'' = f(x)$. Integrerer vi to ganger, dukker det opp to vilkårlige konstanter, som vi kaller *A* og *B*. Dersom grafen går gjennom et fast punkt (*a*, *b*), kan vi beregne en spesiell *A* og *B*.	2/3
Siste frist for innføringa, kapittel 6: 6.100, 6.101, 6.102, 6.109		2/3
7.7, 7.8, 7.9 7.10(U)	**7.2 – Differensiallikninga $y'' - k^2y = 0$:** Denne differensiallikninga løses ved hjelp av formelen $y = A \cdot e^{kx} + B \cdot e^{-kx}$. Enkelt og greit. Utledninga står i boka på side 250. Løsninga har sammenheng emd at det ikke skjer noe når vi deriverer e^x.	14/3
7.11, 7.12, 7.13	**7.3 – Differensiallikninga $y'' + k^2y = 0$:** Denne differensiallikninga løses ved hjelp av formelen $y = A \cdot \sin kx + B \cdot \cos kx$. Enkelt og greit. Utledninga står i boka på side 253. Dette har sammenheng med at når man deriverer sin eller cos to ganger, er vi tilbake i utgangspunktet, med motsatt fortegn. Og at den deriverte av sin er cos og omvendt, stadig med motsatt fortegn.	14/3
7.14, 7.15, 7.16 (U)	**7.4 – Frie svingninger uten demping:** Fart og akselerasjon: $v(t) = s'(t), a(t) = v'(t) = s''(t)$. *s(t)* er posisjonen til en partikkel ved tida *t*. Sammenhengen er gitt med farta *v* og akselerasjonen *a*. Newtons andre lov: $\sum F = m \cdot a$ Ved å la disse størrelsene erstatte hverandre utfra hva vi har av opplysninger, havner vi i differensiallikninger helt opp til andre grad.	16/3
7.17, 7.18, 7.19 7.20(U)	**7.5 – Differensiallikninga $y'' + by' + cy = 0$:** Svært mange differensiallikninger av andre orden kan gjøres om til et slikt uttrykk. (Med et *x*-uttrykk på høyre side i stedet for null, ville vi kunnet løse alle…) Vi substituerer $y = u \cdot e^{rx}$, og så velger vi en *r* som gjør at *u'*-leddet forsvinner, slik at vi kan løse differensial-likninga med metoden for $u'' - k^2 \cdot u = 0$ og $u'' + k^2 \cdot u = 0$ som vi har løst før. Se eksempler på side 256 og 257. **Formel:** $u'' - k^2 \cdot u = 0$ har den fullstendige løsninga: $u = A \cdot e^{kx} + B \cdot e^{-kx}$ **Karakteristisk likning:** For å løse $y'' + by' + cy = 0$ innfører vi en karakteristisk likning $r^2 + br + c = 0$ Løsninga av den karakteristiske likninga gir eksponentene til den generelle løsninga av differensiallikninga med denne karakteristiske likninga. **Formel:** $u'' + k^2 \cdot u = 0$ har den fullstendige løsninga: $u = A \sin kx + B \cos kx$	16/3
7.21, 7.22, 7.23 7.24(U)	**7.6 – Karakteristisk likning:** Det hender at løsningene til den karakteristiske likninga blir *imaginære* eller *komplekse* tall, eller tall med *i* når dere bruker abc-formelen på kalkulatoren. For eksempel: $z^2 - 4z + 13 = 0 \Rightarrow$ $z = \frac{4 \pm \sqrt{16-52}}{2} = \frac{4 \pm 6\sqrt{-1}}{2} = 2 \pm 6\sqrt{-1} = \underline{2 \pm i \cdot 6}$ dersom vi definerer $\underline{i = \sqrt{-1}}$, den imaginære enheten. Vi veit at imaginære tall ikke ligger på tallinja til de reelle tallene, men vi står jo fritt til å legge dem andre steder, og det viser seg at det er nyttig å legge dem i planet der den reelle tallinja er lik *x*-aksen. (Den norske matematikeren Caspar Wessel, 1745 – 1818, bror av dikteren Johan Herman, var landmåler på 1700-tallet, og han fant denne definisjonen nyttig i landmåling: Han skreiv også verdens første avhandling om emnet, dessverre på dansk slik at han ikke blei verdensberømt før hundre år for seint, da andre hadde rukket å finne på dette på egen hand: http://fagbladet.nifustep.no/fagbladet/innhold/redaksjonsarkiv/nr_2_2000/caspar_wessel_norges_f_rste_matematiker) Disse to likningsløsningene plasserer vi derved slik: Vi ser hvordan de to løsningene plasserer seg i planet. Poenget er likevel ikke hvor de måtte ligge, men at det går an å tenke seg at de fins. Når vi kan løse alle karakteristiske likninger, kan vi gi ei generell løsning for differensiallikninga $y'' + by' + cy = 0$: Den karakteristiske likninga $r^2 + br + c = 0$ kan ha:  1) To reelle løsninger r_1 og r_2: $y = A \cdot e^{r_1x} + B \cdot e^{r_2x}$ 2) Ei reell løsning *r*: $y = e^{rx}(Ax + B)$ 3) To komplekse løsninger $p \pm iq$: $y = e^{px}(A \cdot \sin qx + B \cdot \cos qx)$	21/3

<table>
<tr><th>Kladd</th><th>Innhold</th><th>Dato</th></tr>
<tr><td>7.25, 7.26
7.27(U)</td><td>7.7 – Frie svingninger med dempning: Vi er igjen over på praktisk anvendelse av differensiallikninger, dempa svingninger: Vi går ut fra at dempinga, dvs. friksjonen eller motstanden, er proporsjonal med farta, og at den virker mot bevegelsen. Ved en fjærbevegelse setter vi dempinga lik $-qy'$. Da får vi svingelikninga $y'' + \frac{q}{m}y' + \frac{D}{m}y = 0$ der farta er y, legemets masse lik m og fjærstivheten D.</td><td>23/3</td></tr>
<tr><td>7.28, 7.29, 7.30
7.31(U)</td><td>7.8 – Differensiallikninga $\boldsymbol{y'' + P(x) \cdot y' + Q(x) \cdot y = 0}$: Denne likninga har ingen generell løsningsmetode, men kjenner vi en spesiell løsning y_0 til likninga, kan vi sette $y = u \cdot y_0$ og bruke produktregelen ved derivasjon og løse likninga. Vi brukte teknikken i 7.3. Se eksemplene.</td><td>23/3</td></tr>
<tr><td>7.32, 7.33</td><td>7.9 – Sammensatt eksempel: Her møter dere - som i forrige kapittel - ei større oppgave som tar for seg mange av teknikkene dere har lært i kapitlet. Det er viktig å se sammenhenger når dere lærer noe, kanskje spesielt i matematikk der alt bygger på noe dere har lært tidligere! Prøv dere på oppgavene!</td><td>23/3</td></tr>
<tr><td colspan="3">Sammendrag av kapitlet - side 266 (Bok R2): Dette er stoff som passer på en huskelapp for kapittel 7.
Test deg selv - side 267 (Bok R2): Utfør testen på egen hand en stille ettermiddag. Deretter retter du utfra løsningene på side 296 - 301. Klarer du halvparten, har du så vidt klart en 3er! En tredel gir deg ståkarakter og fire femdeler er en 5er!
Øvingsoppgavene til kapitlet - side 268 - 273 (Bok R2): Fasit side 339 - 343.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Innføring til kapitlet: 7.37b, 7.39, 7.50c, 7.70</td><td>28/3</td></tr>
<tr><td colspan="2">Repetisjon kapittel 1 - 3</td><td>28/3</td></tr>
<tr><td colspan="2">Repetisjon
Arbeid med eksamensoppgaver – eksamenstrening</td><td>30/3</td></tr>
<tr><td colspan="2">Mulige muntlige oppgaver - eksamenstrening</td><td>4/4</td></tr>
<tr><td colspan="2">Økt med prøve i kapitlene 1 – 3: (Vi kan prøve å få til en 4-timers prøve)
• 45 minutter uten hjelpemidler
• 100 minutter med alle hjelpemidler</td><td>6/4</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>11/4</td></tr>
<tr><td colspan="2">Prosjekt med annen type matematikk!</td><td>13/4</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>27/4</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>2/5</td></tr>
<tr><td colspan="2">Økt med prøve i kapitlene 4 – 7: (Vi kan prøve å få til en 4-timers prøve)
• 45 minutter uten hjelpemidler
• 100 minutter med alle hjelpemidler</td><td>4/5</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>9/5</td></tr>
<tr><td colspan="2">Prosjekt med annen type matematikk!</td><td>11/5</td></tr>
<tr><td colspan="2">Økt med prøve i hele boka: (Vi kan prøve å få til en 4-timers prøve)
• 45 minutter uten hjelpemidler
• 100 minutter med alle hjelpemidler
MEN JEG BER OM AT VI FÅR EN HEILDAGSPRØVE – MINST – I R2!</td><td>18/5</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>23/5</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>25/5</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td>30/5</td></tr>
<tr><td colspan="2">Mulig eksamen i R2!</td><td>31/5</td></tr>
<tr><td colspan="2">Eventuell offentlig, lokalt gitt muntlig eksamen:
• Trukket emne
• 48 timer forberedelse
• 10 – 15 minutter foredrag om emnet
• 15 – 20 minutter eksaminasjon rundt foredraget/emnet
• NB: Stoff fra hele pensum kan trekkes inn, men skal ha tilknytning til foredraget/temaet</td><td>6/6 – 17/6</td></tr>
</table>

Tommy og Tigern (Calvin and Hobbes):



Bind 4 side 84ø-n

Oppdatert mandag, 21. mars 2011. Hans Isdahl