Tempoplan: *Kapittel 7: 21/2 – 25/3. Resten av tida – repetisjon og prøver.*

6: Funksjonsdrøfting

Nå har dere lært en del ”høyere” eller avansert matematikk! Dere kan derivere, og med derivasjon kan dere svare på hvordan noe forandrer seg. Det er avansert! Videre kan vi derivere en gang til. Da vil vi finne forandringa til forandringa, altså hvordan en forandring endrer seg. Vi kan svare på hvordan stigninga til en graf endrer seg!

Derivasjon og grenser er fantastiske hjelpemidler når vi skal undersøke hvordan en graf endrer seg. Og det er dette kapittel 6 handler om: Praktisk bruk av derivert!

For at dette stoffet skal bli riktig praktisk, må det naturligvis brukes på fenomener som kan uttrykkes som funksjoner. Svært mange fenomener kan uttrykkes med funksjonsuttrykk. Det gjelder populasjonsutvikling i et land eller område, kostnads- og inntektskurver, elektrisk strøm og funksjoner som beskriver hva ei bru tåler.

Generelt sett er det matematikkens rolle å utvikle verktøyet – funksjonsdrøfting – mens andre fagområder, ingeniørvirksomhet, økonomi, demografi osv. får ta dette verktøyet i bruk.

Kort sagt: Et spennende kapittel!

Det er viktig å kunne tegne grafer i GeoGebra NÅ – dersom dere ikke kan det fra før. Og husk på at både TI-nspire og GeoGebra deriverer for dere, dersom dere bare er interessert i et svar og ikke mellomregningene.

Tommy og Tigern:

Bind 3, side 167n

Kladd	Innhold	Dato
	15 minuttersprøve uten hjelpemidler!	**28/1**
6.1, 6.2	**6.1 – Andrederivert. Krumning. Vendepunkt:** Dere veit fra før av hva den deriverte betyr. Når den deriverte er null, har vi topp- eller bunn- eller terrassepunkt. Når den er positiv, har vi stigning og når den er negativ, har vi fall eller minking. Når vi deriverer en gang til, finner vi endring i stigninga, og det er faktisk krumning. Akkurat som med den deriverte kan vi si at når den andrederiverte er null, har vi vendepunkt, når den er positiv vender den hule sida på grafen opp som ved et bunnpunkt og når den andrederiverte er negativ, vender den hule sida ned, som ved toppunkt. Andrederivert negativ – toppunkt. Andrederivert positiv – bunnpunkt! Og da er det vel naturlig å sette den andrederiverte på en fortegnslinje også: Den gir oss fine svar! Vendetangenten er en tangent som krysser grafen. Vi bruker ettpunktsformelen, $y - y_1 = f'(x_1)(x - x_1)$. Husk på at du må finne vendepunktets koordinater, (x_1, y_1).	**28/1**
6.3, 6.4	**6.2 – Drøfting av polynomfunksjoner:** Ved hjelp av fortegnslinje for funksjonen, for den deriverte og for den andrederiverte, kan dere svare på det meste. Kanskje dere også trenger å lage tangenter og dividere polynomer!	**28/1**
6.5, 6.6	**6.3 – Størst eller minst vekst:** Dette er egentlig topp- og bunnpunkt for den deriverte. Svara finner vi i vendepunktene. Der den andrederiverte går fra pluss til minus, er det størst vekst og der den går fra minus til pluss, er det minst vekst. Husk på å bruke fortegnslinje for den andrederiverte for å se dette!	**31/1**

Kladd	Innhold	Dato
6.7, 6.8	**6.4 – Asymptoter:** Nå skal vi studere grenser – igjen! En asymptote er ei grense eller grensegrafe som funksjonsgrafen nærmer seg mot. Vi opererer med rette linjer som er vannrette/horisontale eller loddrette/vertikale. Dersom $\lim_{n \to \pm\infty} f(x)$ er en konstant, vil denne konstanten være en horisontal asymptote. Dersom funksjonen er et brøkuttrykk, har vi vertikale asymptoter når nevneren er lik null. **Tillegg:** Dersom en funksjon er et brøkuttrykk med høyere grad i *x* i teller enn i nevner, kan vi utføre polynomdivisjonen. Vi ender opp med en restbrøk, men den vil forsvinne når vi går mot høyre eller venstre på *x*-aksen. Ser vi bort fra resten, har vi uttrykket til en skrå asymptote! (Ikke pensum, men se likevel på eksempel 6! Den skrå her er $g(x) = x + 1$. Tegn og se etter!	**31/1**
	Husk prøve i kapittel 5!	**4/2**
6.9, 6.10, 6.11	**6.5 – Drøfting av rasjonale funksjoner:** I ei drøfting av en brøkfunksjon skal vi som vanlig finne nullpunkter, topp- og bunnpunkter, vendepunkter i tillegg til asymptotene	**14/2**
6.12, 6.13	**6.6 – Drøfting av eksponentialfunksjoner:** Som ovafor. Her skal vi også se etter asymptoter når *x* vokser mot høyre eller venstre. Loddrette vil vi i utgangspunktet ikke finne.	**18/2**
6.14, 6.15	**6.7 – Drøfting av logaritmefunksjoner:** Som ovafor. Igjen kan det være interessant å se hva funksjonen "går mot", altså asymptoter. Men jobben er som før – fortegnslinjer og derivasjon.	**18/2**
6.16, 6.17 **6.18 (U)**	**6.8 – Kontinuitet og deriverbarhet:** En kontinuerlig funksjon henger sammen. Der en grafe har et hull eller et hopp, er den ikke kontinuerlig, dvs. diskontinuerlig. Hvis vi følger en del av grafen mot et punkt fra venstre og fra høyre, havner vi normalt samme sted. Gjør vi ikke det, er funksjonen diskontinuerlig. En funksjon er ikke deriverbar der den er diskontinuerlig. Den er heller ikke deriverbar i et knekkpunkt eller i endepunkt. Er funksjonen deriverbar i et punkt, er den også kontinuerlig der! Husk på at en funksjon kan ha topp-, bunn- og vendepunkt i knekkpunkter!	**21/2**
6.19, 6.20	**6.9 – Sammensatte eksempler:** Her møter dere større oppgaver som tar for seg mange av teknikkene dere har lært i kapitlet. Det er viktig å se sammenhenger når dere lærer noe, kanskje spesielt i matematikk der alt bygger på noe dere har lært tidligere! Prøv dere på oppgavene!	**21/2**

Sammendrag av kapitlet - side 208 (Bok R1): Dette er stoff som passer på en huskelapp for kapittel 5.
Test deg selv - side 209 (Bok R1): Utfør testen på egen hand en stille ettermiddag. Deretter retter du utfra løsningene på side 276 - 280. Klarer du halvparten, har du såvidt klart en 3er! En tredel gir deg ståkarakter og fire femdeler er en 5er!
Øvingsoppgavene til kapitlet - side 210 - 223 (Bok R1): Fasit side 307 - 315.

Innføring: 6.49, 6.73	**21/2**
Prøve:	**25/2**

GeoGebra:

- Husk på at dere tegner grafer! GeoGebra er nok det beste hjelpemidlet dere har.
- Men kalkulatoren gjør også jobben. På kalkulatoren kan dere spørre om topp- og bunnpunkter.
- I GeoGebra har dere en så god figur at dere klarer å kontrollere om det dere regner ut er riktig.
- Når dere har funnet svar ved regning, for eksempel spesielle punkter, bør dere legge dem inn på figuren dere har tegna og se etter om det ser bra ut.
- Har dere funnet asymptoter, skal de tegnes inn. Det samme gjelder tangenter og vendetangenter. Eller andre grafer.
- Kontroller også at fortegnslinjer ser riktige ut og at eventuelle skjæringspunkter mellom grafer er riktige!

NB: Skal vi tegne delte funksjoner, altså funksjoner som består av biter med ulike formler, må vi fortelle programmet hvor de ulike bitene skal gjelde. Hvis vi har en graf som er lik – *x* til venstre for null og lik + *x* fra null, må vi definere to funksjoner slik: **funksjon**[- *x*, - ∞, 0] og **funksjon**[- *x*, 0, ∞].
Skal vi undersøke om det er *kontinuerlige overganger* mellom to biter, undersøker vi om de to bitene nærmer seg samme sted når vi går mot sammenbindingspunktet, for eksempel: $\lim_{x \to 0} f(x)$ er lik for begge bitene.
Skal vi undersøke om det er glatte, dvs. deriverbare overganger, undersøker vi om de to bitene har samme derivert i sammenbindingspunktet, for eksempel: $\lim_{x \to 0} f'(x)$ er lik for begge bitene.

Noen utfordringer: Andre runde i Abelkonkurransen var 20. januar. Alle svar skal være positive hele tall under 1000. Disse er fra januar 2008.

Oppgave 1

Hvor mange «ord» kan en bygge ved å bruke hver av bokstavene b, e, i, n, s nøyaktig én gang uten at de to vokalene kommer ved siden av hverandre?

Oppgave 2

En skyskraper har en litt spesiell heis. Istedenfor én knapp for hver etasje, er det bare to knapper: én for å komme 11 etasjer lenger opp, og én for å komme 8 etasjer lenger ned. Hvor mange trykk på knappene må minst til for å komme fra første til tredje etasje?

Oppgave 3

Hver rute i et rutenett med 20×20 ruter er malt hvit eller svart. To ruter kalles *naboer* hvis de har en felles kant eller et felles hjørne. Hver svart rute har tre svarte naboer, mens hver hvit rute har fire svarte naboer. Hvor mange svarte ruter er det i rutenettet?

Tommy og Tigern (Calvin and Hobbes):

T & T bind 3 side 187n