. Kapittel 5: 2/1 ï 1/2. Kapittel 6: 1/2 ï 1/3. Kapittel 7:
og prøver.

3: Vektorer

Dette kapitlet er meget spesielt og annerledes enn den matematikken dere har vært borti tidligere. Lenge så matematikere på vektorregning som noe simpelt som ikke var en matematiker verdig, dette var stoff for fysikerne, de som beskjeftiget seg med òvirkelighetenò og ikke en ideell og tenkt verden. Vektorregninga vokste fram fra fysikken, og er i dag en anerkjent del av matematikken, sjøl om regnemetodene er relativ enkel geometri. Vektorregninga springer utfra ei analyse av krefter: Ei kraft har en verdi (et tall med benevninga N, newton) og ei retning. Det nye og rare for matematikere er at ei linje med lengde 5 cm er lik alle andre linjer som ligger parallelt med en spiss i samme ende og som er 5 cm lang!

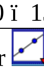
Vektorer er altså størrelser som både har lengde (absoluttverdi) og retning. òAB-vektorò har spissen i B og AB er et rett linjestykke fra punktet A til punktet B. Vektoren kan ligge på et blankt ark, eller være lagt inn i et koordinatsystem. Ulike vektorer danner ulike vinkler med hverandre, og både sinus og cosinus til disse vinklene er viktige i vektorregninga. To vektorer er like når både lengde og retning er like, uansett om vektorene ligger på ulike steder. Absoluttverdien til en vektor er lik lengden av vektoren. Og vinkelen mellom to vektorer er alltid den minste av de to vinklene som dannes av de to vektorene. For å måle vinkelen mellom vektorene, må vi ofte parallellforskyve den ene av de to vektorene slik at de begynner samme sted.

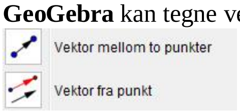
Tommy og Tigern:

Bind 2, side 122ø

Kladd	Innhold	Dato
3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5	**3.1 ï Vektorer:** Når 25N + 25N = 25N: Eller enda verre: 25N + 25N + 25N = 0N. Dette strider åpenbart mot ordinær matematikk og tallregning, men kan godt være riktig når retninga på disse størrelsene er ulike. Hittil har all matematikk hatt samme òretningò: 25 kr + 25 kr = 50 kr. Eller motsatt òretningò: 25 kr + (-25) kr = 0 kr. Eller de har hatt forskjelling benevning: 25 bananer + 25 appelsiner = 25 bananer + 25 appelsiner (og *ikke* fruktkompott) En vektor har både størrelse og retning, en skalar har bare størrelse. To vektorer er like dersom de har samme størrelse og samme retning. Og vi adderer to vektorer ved å henge dem på hverandre i en kjede. NB: Ta vare på retninga! En vektor har både lengde og retning. Når to vektorer har samme retning (ligger parallelt) og er like lange, er de like. Når to vektorer $\vec{u}$ og $\vec{v}$ er motsatte med samme lengde, har vi: $\vec{u}+\vec{v}=\vec{0}$ eller $\vec{u}=-\vec{v}$.	**14/10**
3.6, 3.7, 3.8, 3.9 (U), 3.10 (P)	**3.2 ï Tall multiplisert med vektor. Regneregler:** En vektor multiplisert med en konstant *k* er en ny vektor med samme eller motsatt retning av den opprinnelige, og *k* ganger så lang. Er *k* positiv, har de samme retning, ellers motsatt.	**14/10**

TI-nspire kan jobbe med vektorer: Se side 10 ï 13 i heftet **Matematikk R1**

GeoGebra kan tegne vektorer: Menyen under  har vektorvalgene:



Derved kan dere tegne vektorer. GeoGebra regner ikke med vektorer.

		Dato
3.13 (U)	**3.3 ï Parallelle vektorer. Basisvektorer:** Når to vektorer $\vec{u}$ og $\vec{v}$ er parallelle, uansett om retninga er lik eller motsatt, kan vi alltid skrive: $\vec{u}=k\cdot\vec{v}$ der k er en positiv eller negativ konstant. Hvis vi definerer to ikke-parallelle vektorer $\vec{u}$ og $\vec{v}$ i et plan, kan vi ved hjelp av de to lage alle vektorer vi kan tenke oss i planet ved hjelp av dem. En hvilken som helst vektor kan skrives slik: $\vec{w}=a\vec{u}+b\vec{v}$.	**16/10**
3.14, 3.15	**3.4 ï Mediansetninga. Vektorer inn til skjæringspunkter:** Mediansetninga sier at vi trekker ei rett linje i en trekant til midten av motstående side. Linjene skjærer hverandre i ett punkt og deles i forholdet 1:2. For å finne en vektor til et punkt, lager vi ei likning der vi finner to ruter som beskriver vektoren, og setter dem lik hverandre, og løser likninga.	**21/10**
3.16,3.17, 3.18 3.19 (U)	**3.5 ï Størrelse. Komponenter. Skalarprodukt:** Et skalarprodukt er én av to måter å multiplisere to vektorer, Svaret blir et tall, en skalar, og ikke en vektor. Tallet forteller oss noe om hvordan de to vektorene virker i lag. Er tallet null, står de vinkelrett på hverandre. Er det et stort positivt tall, drar de i omtrent samme retning. Og er det stort og negativt, tilsvarende i motsatt retning. Definisjonen kan se underlig ut, men den er nyttig! $\vec{u}\cdot\vec{v}=\lvert\vec{u}\rvert\cdot\lvert\vec{v}\rvert\cdot\cos(\vec{u},\vec{v})$ Å multiplisere med cosinus til vinkelen mellom to vektorer, vil egentlig si at vi legger den ene vektoren parallelt med den andre, slik at de virker langs samme retning, men da krymper den ene vektoren: Vi kaller det en projeksjon av en vektor. Undersøker vi en vektor langs *x*-aksen, lager vi en horisontalprojeksjon. Langs *y*-aksen, blir det en vertikalprojeksjon, og faktoren vi ganger med, er alltid cosinus til vinkelen! Når et skalarprodukt mellom to vektorer er lik null, er de normale! $\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow\vec{u}\cdot\vec{v}=0$ Skalarprodukt er ikke et vanlig produkt, men av og til kan vi tenke vanlig produkt: $(\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{c}+\vec{d})=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{d}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\overrightarrow{bd}$ og liknende. Spesielt er skalarproduktet nyttig i forhold til arbeid! $W=\vec{F}\cdot\vec{s}$ Og ved bruk av vektorer får vi med kraftas retning i forhold til vegens retning!	**21/10**
3.20, 3.21, 3.22	**3.6 ï Lengder og vinkler:** Vi kan regne med skalarprodukt på vanlig måte. Husk på hva som er vektor og hva som er tall! $\vec{p}^{\,2}=\lvert\vec{p}\rvert^2, \lvert\vec{p}\rvert=\sqrt{\vec{p}^{\,2}}$ $\cos\angle(\vec{p},\vec{q})=\frac{\vec{p}\cdot\vec{q}}{\lvert\vec{p}\rvert\cdot\lvert\vec{q}\rvert}$ $\quad\vec{u}\perp\vec{v}\Leftrightarrow\vec{u}\cdot\vec{v}=0$	**23/10**
3.23, 3.24, 3.25, 3.26 3.27 (U)	**3.7 ï Vektorkoordinater:** Når vi legger vektorer i et koordinatsystem, uttrykker vi vektoren med en *x*-komponent og en *y*-komponent i en vektorparentes. Vi går fra rumpe til spiss, og oppgir hvor mange enheter bort og hvor mange enheter opp vi må gå for å komme fram. [3, 5] er en vektor som kan starte hvor som helst: Vi går fra startpunktet 3 mot høyre og 5 opp. Legg merke til at vi går to kateter og vektoren blir en hypotenus! Regnereglene er logiske og enkle: $t[x,y]=[tx,ty], [x_1,y_1]+[x_2,y_2]=[x_1+x_2,y_1+y_2],$ $[x_1,y_1]-[x_2,y_2]=[x_1-x_2,y_1-y_2]$ $[x,y]=[a,b]\Leftrightarrow x=a\vee y=b$ Enhetsvektorene kan være nyttige: $\vec{e}_x=[1,0], \vec{e}_y=[0,1]$	**28/10**

		Dato
	ter: Å gå fra ett punkt til et annet som en vektor, betyr mellom spissen og rumpa til vektoren. Vektoren fra $A(x_1, y_1)$ til $B(x_2, y_2)$ blir da: $\overrightarrow{AB} = [x_2 - x_1, y_2 - y_1]$ Og det er lett å kontrollere på en figur, i koordinatsystemet, at det stemmer.	**28/10**
3.31, 3.32, 3.33, 3.34 **3.35 (U)**	**3.9 – Koordinatformelen for skalarproduktet:** Formelen for skalarproduktet i koordinatsystemet, er også logisk og grei: $[x_1, y_1] \cdot [x_2, y_2] = x_1 x_2 + y_1 y_2$, altså ikke lenger en vektor, men en skalar, et tall.	**30/10**
3.36, 3.37, 3.38 **3.39 (U)** **3.40 (P)**	**3.10 – Parameterframstilling:** Parameterframstilling er en elegant måte å framstille funksjoner på, og vi bruker det i vektorlæra. I stedet for å la *x* være et tall vi velger for å fine *y*-er, lager vi nå en parameter, *t*, som gir oss *x* og *y*. Ei rett linje kan se slik ut: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ der vi kan finne alle punkt (x, y) på grafen ved å velge ulike *t*-er. Dessuten skal vi legge merke til at punktet (x_0, y_0) er et fast punkt på grafen og at vektoren $[a, b]$ har samme retning som den rette linja. Vi kaller den gjerne en retningsvektor. **Kalkulator:** Kalkulatoren er naturligvis ekspert på parameterframstilling også. Hvis dere er inne på GRAPH eller TABLE, må dere slå om til parameterframstilling: TYPE(F3) – Parm(F3). Så kan dere skrive inn Xt1 og Yt1, altså parameteruttrykkene for *x* og for *y*. Når dere trykker på variabeltasten, kommer det T i stedet for *x*. Skal dere ha en tabell, velger dere start og slutt for parameteren *t*, og nå må dere være litt lure. *t*-en er ikke så enkel som *x*-en var. Husk også på at step/pitch ikke nødvendigvis er 1! Legg merke til at både *x*, *y* og *t* kommer i tabellen!	**4/11**
3.41, 3.42	**3.11 – Parameterframstilling for kurver:** Når parameteren *t* bare er i første grad som ovafor, er grafen ei rett linje. Dersom *t* opptrer med ulike eksponenter, altså ikke 1, er det snakk om krumme grafer. Ellers er systemet det samme. En stående parabel har første grad for *x* og andre grad for *y*. Bytter vi om disse to, blir det en liggende parabel.	**4/11**
3.43, 3.44	**3.12 – Sammensatte eksempler:** Her møter dere større oppgaver som tar for seg mange av teknikkene dere har lært i kapitlet. Det er viktig å se sammenhenger når dere lærer noe, kanskje spesielt i matematikk der alt bygger på noe dere har lært tidligere! Prøv dere på oppgavene!	**6/11**
Sammendrag av kapitlet - side 102 (Bok R1): Dette er stoff som passer på en huskelapp for kapittel 3. **Test deg selv - side 103 (Bok R1):** Utfør testen på egen hand en stille ettermiddag. Deretter retter du utfra løsningene på side 267 - 270. Klarer du halvparten, har du såvidt klart en 3er! En tredel gir deg ståkarakter og fire femdeler er en 5er! **Øvingsoppgavene til kapitlet - side 104 - 115 (Bok R1):** Fasit side 292 - 297.		
Innføring: 3.102, 3.107, 3.125		
Prøve:		

Spesielle problemer: *I Illustrert vitenskap 2/2002 fins det en ekspertnøtt på side 78. Prøv den: Tegn en sirkel og deretter en sirkel til med sentrum på den første sirkelens omkrets. Der de to sirklene skjærer hverandre, setter vi sentrum i en tredje sirkel med samme radius. Hvor stort er arealet av den buede trekanten i midten når alle sirklene har radius 1?*

Tommy og Tigern (Calvin and Hobbes):

T & T bind 2 side 122m