

Skoleelever, matematikk og den hellige gral

En ikke avslutta hovedfagsoppgave i realfagsdidaktikk ved UiO 2006

Hans Isdahl

Innhold

<i>Innhold</i>	2
<i>Sammendrag</i>	3
<i>Hvordan jeg blev så flink</i>	7
<i>Norsk skoledebatt – en parodi?</i>	11
<i>Testing</i>	15
<i>Forutsetninger og generelle resultater</i>	21
<i>Kjønn</i>	25
<i>Leseferdigheter</i>	26
<i>Holdninger</i>	27
<i>Lekser</i>	27
<i>Hjemmet</i>	28
<i>Økonomi og yrke</i>	29
<i>Læringsstrategier</i>	30
<i>Skolene</i>	31
<i>Rektorene</i>	33
<i>Objektive mål?</i>	33
<i>Bakgrunnsmateriale</i>	37
<i>Historier</i>	37
<i>Begavete studenter</i>	45
<i>Hva vil det si å være flink i matematikk?</i>	52
<i>TIMSS og videostudier av undervisning</i>	59
<i>Hva er egentlig realfaglig kompetanse?</i>	65
<i>Bakgrunnsfaktorer</i>	77
<i>Ugletanker</i>	100
<i>Suksess</i>	103
<i>TIMSS 2003 – ei antydning:</i>	103
<i>PISA 2003 – et spesialtilfelle</i>	109
<i>PISA 2003 – analyse av de 30 beste</i>	116
<i>Ei oppsummering</i>	147
<i>Oppsummering</i>	147
<i>Lydighet</i>	152
<i>Ambisjoner</i>	152
<i>Kulturkonservatisme</i>	153
<i>Klassiske vitenskaper</i>	154
<i>Konkurransen</i>	155
<i>Alvor og prektighet</i>	155
<i>Det kulturkonservative livssynet</i>	156
<i>Sammenlikninger med fordommene</i>	160
<i>Et tankekors</i>	161
<i>Et felles løft for realfagene</i>	163
<i>Epilog</i>	165
<i>Litteraturliste</i>	166

Sammendrag

Denne teksten var opprinnelig tenkt som hovedoppgave ved Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling (ILS) ved Det utdanningsvitenskaplige fakultet, Universitetet i Oslo. Den er hovedsaklig skrevet i 2005, og diverse forhold gjorde at det ikke blei noen hovedoppgave. Ei av årsakene er nok at den på mange måter sprengte sjangeren, og at jeg ikke fant det lystbetont nok å tilpasse den til den relativt snevre hovedoppgava. Mange av de tentative – og kanskje vidløftige – konklusjonene eller spørsmåla ville måtte strykes. Og da ville hele teksten bare bli et supplement til den allerede store og forterpa litteraturen om PISA – og for så vidt også TIMSS.

Teksten bære trekker og unnlater å trekke konklusjoner omkring matematisk suksess slik den kan – og ikke kan – måles ved hjelp av undersøkelsene PISA 2003 og TIMSS 2003. Hovedkilden er PISA, mens TIMSS er brukt til perspektiv og som kontroll.

Jeg har formulert målet med teksten som ei jakt på den hellige gral: Hva er forutsetningene for å bli dyktig i faget matematikk? På min veg presenterer jeg PISA og TIMSS, mandatet for disse undersøkelsene, noe av problemene med dem og generelle resultater slik de forekommer i ulike rapporter. Ideologien, den skjulte agendaen og historien rundt undersøkelsene blir også behandla. Vi vil også se at kjønn, leseferdigheter og positive holdninger til fag og skole har betydning i læringsarbeidet, og at leksernes betydning er vanskelig å dokumentere. Hjemmeforhold der tradisjonell kjernefamilie med norsk bakgrunn samt elevens plass i søskenflokket har betydning, og en dokumentert mangel på kulturell kompetanse i norske familier slår negativt ut. Økonomi har betydning, men skaper ikke vesentlige forskjeller i Norge. Vi vil se at norske elever har positive holdninger til skole og utdanning, men at skolemotivasjon ikke nødvendigvis er så høg. Verken skolebygninger, arbeidsmiljø eller privatisering i skoleverket slår målbart ut på prestasjonene i undersøkelsene.

Merkelig nok ser man ikke sammenheng mellom økonomi og lærertetthet og ressursbruk og skolerresultater. Merkelig nok øker ikke moderne teknologi eller nyere undervisningsmetoder læringsutbyttet. Dette kan kanskje minne oss om at det er visse resultater vi ikke klarer å måle oss fram til.

Store matematikere hadde i mange tilfelle foreldre som tok aktiv del i opplæringa. Men det kan også være et omfattende praktisk problem å identifisere de store matematikkbegavelsene så tidlig som man kunne ønske. Og når de finnes, blir de ofte tilbudt undervisning etter tradisjonelt mønster, kanskje med et forsert læringsløp i homogene grupper. Videostudier forteller oss at læringskulturer er nedarva mønstre i en nasjon, og at det fins klare forskjeller fra kontinent til kontinent. De samme studiene trekker konklusjonen at lærerutdanning ikke bør isoleres og leve sitt liv andre steder enn der sjølve undervisninga til studentene skal foregå, altså i skolene, og at det er viktig å studere lærerholdninger og lærerroller for å bedre undervisningas evne til å nå fram og lykkes.

Matematisk kompetanse har etter manges mening overføringsverdi til andre felt i samfunnet. Vi ser på hva det ligger i begrepet ”de to kulturer”, og diskuterer sannhetsgehalten i denne overføringsverdien.

Et viktig spørsmål blir det også om det faktisk er slik at en elevs forutsetninger for å nå langt på skolen, og i matematikk, er fastlåst ved skolestart. Mye kan tyde på det. Vi stiller også spørsmål ved offentlighetens rolle, det politiske livet og den politiske samfunnsdebatten: Er det lettere eller vanskeligere å lykkes i studier i vårt frihetlige og svært materielt velstående samfunn enn i samfunn som er i en helt annen situasjon? Det er ikke lett å gi svar på spørsmålet, men det er heller ikke lett å gi svar på spørsmålet hvorfor norske elever gjør det dårlig på skolen når de materielle forutsetningene er så gode, eller hvorfor det er stor variasjon mellom norske elever når samfunnet er såpass egalitært.

Inneværende undersøkelse omfatter de 30 beste i PISA 2003, og de 30 beste i TIMSS 2003 som kontrollgruppe, det vil si rundt 1 % av de omkring 4000 som er inkludert i hver av de to undersøkelsene. Lydighet er en av egenskapene som kjennetegner disse de mest vellykte elevene. Det er videre en overvekt av gutter, og de har alle vokst opp i en kjernefamilie uten skilsmisse. Mor og far er utearbeidende, i stor grad heltidsansatt. Og en middels universitets/høgskoleutdanning hos foreldra har faktisk større effekt enn en lengre og kortere utdanning.

Det er også tendenser til at moderne medier har mindre plass hos de dyktigste elevene enn hos gjennomsnittet. En tysk tolkning av PISA-resultatene har en enda sterkere konklusjon:

Kanskje vi må tilbake til bare tavle og kritt? Vi ser mønster av en kulturkonservativ familie der tradisjonelle medier har en langt breiere plass enn de moderne.

Interessa for matematikk, matematiske emner og matematikktimene er flatterende, for de flinkeste. Alle har stor innsikt i sine egne evner til å løse matematikk; de mest begavete er for eksempel "helt sikre" på at de klarer å løse de oppgavene de får spørsmål om. Matematikken har en klar egenverdi blant dem som lykkes. De trenger ikke argumenter som nytteverdi, det ser ut som om det er en annen drivkraft bak resultatene. Til en viss grad ligger tilfredsstillelsen i faget som egenverdi.

Norsk skole har alltid sett på konkurranse og individualisme som noe vi bør skjerme elevene for, men de mest vellykka elevene har muligens behov for litt mer kniving seg imellom enn det skolen gir dem. De har et sterkt konkurranseelement. Sosialt sett skiller de seg likevel ikke ut fra andre: Vi finner ikke nerden, den rare som er utafør det sosiale livet i klassen og på skolen blant dem som er best i matematikk. De beste er flinke til å følge skolens regler, og de studerer med et alvor som skiller dem fra mange andre elever. Det er faktisk vanskelig å finne negative egenskaper ved disse elevene.

Det er ikke enkelt å se noen opprørere blant elevene vi har interessert oss for. Det kan muligens ha med den hovedinteressa vi er ute etter: Matematikk. Matematikere – muligens i en noe større grad enn spesialister på andre fagområder – er ikke de som er mest synlig i den offentlige debatt. Det går muligens an å si at man legger spesielt merke til det når realister engasjerer seg i spesielle kontroversielle saker, i den offentlige debatt eller på områder som ikke umiddelbart oppfattes som deres arbeidsfelt.

PISA – og TIMSS – har ikke undersøkt bakgrunnsfaktorer som beskriver mer generelle holdninger innen samfunnsspørsmål, politikk eller religion. Men studiene av familiene vårt utvalg er sprunget ut av, gir oss altså et sterkt inntrykk av et spesielt verdisyn knytta til konservative, borgerlige dyder. Bakgrunnen og interessene deres kan karakteriseres som tradisjonelle, idealistiske og radikale.

En liten overraskelse ligger det i at disse konklusjonene er en slags mot strømmen-konklusjoner i forhold til hvilken retning det norske samfunnet og den norske offentligheten beveger seg i dag. De undersøkte elevene står i ideologisk motsetning til det moderne, det

normløse og markedsliberalistiske samfunnet og den nihilistiske offentlige debatten vi har sett i Norge i alle fall i hele levealderen deres. I mange tilfelle kan det vi klarer å finne av normer hos disse elevene, spores tilbake tida da deres beste- og oldeforeldre levde.

Et interessant spørsmål er da: Vil denne type elever ha noen mulighet for å overleve i den type samfunn vi befinner oss i i Norge og i den vestlige verden i dag og i overskuelig framtid?

Hvordan jeg blev så flink

Om kunnskap og kunnskapens rolle i et moderne vestlig land, om misbruk av intellektuelle ressurser, om skjønnlitteratur og dannelseskritikk og om Askeladden og gralsridderne.



1

En norsk avisdebatt – i agurktida i juli 2005 – handla om norske kjendiser som premissleverandører for samfunnsdebatt.² Bakgrunnen var et radioprogram.³ I radioprogrammet diskuterte man hvorfor det ikke er de intellektuelle som forsyner offentlige debatter med stoff. I stedet er det en tendens til at såkalte rikssynsere og kjendiser fra idrettsarenaene eller fra TV-verdenen setter dagsorden eller blir spurt om hva de måtte mene om dette og hint. Fortsettelsen på denne debatten fikk overskrifta: ”Hvis de intellektuelle føler seg satt på sidelinja, får de ta på seg noe med større utringning.”⁴ Et innlegg i debatten la dessuten vekt på hvor viktig det er at *alle* har rett til å mene noe⁵ i det offentlige rom. Trass i denne sjølsagte demokratiske rettigheten, vil jeg påpeke at det er profesjonelle og halvprofesjonelle politikere og andre kjente fjes som ytrer seg offentlig, og som derved driver den offentlige debatten. Personer med relevant kunnskap og utdanning er sjeldnere representert. Og dette er neppe bare et norsk fenomen. Situasjonen forteller oss naturligvis noe om kunnskap og utdanning sine roller i dag.

¹ Watterson 91 – Bind 2, side 121: Bill Watterson skapte på 1990-tallet en tegneseriehelt som utmerka seg ved å være usedvanlig dårlig på skolen, og særlig i matematikk: Tommy. Hans ”venninne” Marianne var derimot den prektige jenta som gjorde alle sine oppgaver i tide, og til beste karakter. Jeg lar disse to figurene illustrere spennet mellom de to ytterlighetene i matematikkprestasjoner. Med til historia hører at Marianne har et godt øye til nettopp Tommy, og Tommys bedre sider kommer fram i kameraten hans, tøydokka Tigern. Et kuriøst moment er det at Watterson faktisk ikke har barn.

² *Kjendisene er våre nye føydalherrer* (Dagbladet 5. juli 2005)

³ *Verdibørsen* (NRK P2)

⁴ *Hvis de intellektuelle føler seg satt på sidelinja, får de ta på seg noe med større utringning.* (Dagbladet 6. juli 2005)

⁵ *IQ-krav for å mene noe?* (Dagbladet 6. juli 2005)

I Norge er det i meget stor grad medisinerstudiet ved universitetene som fanger opp elever med de beste karakterene fra videregående skole. Studiet har vært spesielt vanskelig å komme inn på, noe som har ført til at de nittenåringene som til en viss grad kan kalles intellektuelle – hvis et slikt begrep kan brukes på så unge mennesker – velger et halv- eller ikke-intellektuelt yrke. Jeg er naturligvis klar over det problematiske ved å kalle medisin ikke-intellektuelt, men svært mange yrkesutøvere innen faget kan minne om handverkere, i et yrke der en søker etter feil for deretter å foreskrive ei løsning på problemet.⁶

Det norske samfunnet har ikke vært spesielt flink til å verdsette intellektuelle prestasjoner, så langt jeg kan vurdere. Og skolesystemet har en hundreårig tradisjon på å skjule intellektuelle prestasjoner i vårt land. Derfor var det med sin sedvanlige ironi at Peter Wessel Zapffe satte tittelen *Hvordan jeg blev så flink*⁷ på et av sine essays. I ei vurdering av skolen rundt første verdenskrig sier han: ”Den almindelige ødelæggelse av iver og arbeidskraft bredte sig i de fleste fag.”⁸ Og ei klasseromskildring: ”En frimodig ytring i religiøse spørsmål 11. december 1915 førte til stengning i gymnasiesamfundet og almindelig forbud mot alle sammenkomster utenfor.”⁹ At essayet er skrevet spesielt til *Festskrift til Francis Bull*¹⁰, røper riktignok en viss ambivalens i forhold til lærerkrefter og offentlig skoleverk, men det er ei anna historie.

Skjønnlitteraturen har ofte vært svært ironisk overfor skole og skolegangens funksjon, spesielt i forhold til kreativitet og skapende ulydighet. Tradisjonen spenner fra Holbergs *Erasmus Montanus*¹¹ der hovedpersonen lå ved universitetet i København og var en mester i å disputere om meningsløse emner¹², til Kiellands *Gift*¹³ der elevene måtte pugge byene i Belgia – men i riktig rekkefølge, og til Bjørneboes *Jonas*¹⁴ der skolen ikke klarer å takle at hovedpersonens problemer i klasserommet har sammenheng med at han er ordblind. Litt overraskende er det kanskje at disse intellektuelle¹⁵ forfatterne relativt kritikklost angriper nettopp det *intellektuelle* i skolen og holder opp en praktisk og nyttig erfaringsverden som løsninga:

⁶ Medisinsk forskning er naturligvis intellektuelt nok, på linje med all annen forskning.

⁷ Zapffe 86

⁸ Zapffe 86, side 75-76

⁹ *ibid.* side 76

¹⁰ Utgitt 1957

¹¹ Holberg 23

¹² ”Om Englene er skabte for Menniskene; om Jorden er rund eller oval;” (Erasmus Montanus, Dansk lærerforeningen, Gyldendal 1969)

¹³ Kielland 85

¹⁴ Bjørneboe 55

¹⁵ Holberg var en lærd universitetsprofessor, Kielland et velutdanna barn av borgerskapet som kunne sin latin og Bjørneboe en redersønn og intellektuell som skreiv essays om det meste, fra avansert litteratur til norsk fengselsvesen og europeisk middelalder.

Erasmus' bror er den kloke odelsgutten Jacob. Abraham Løvdahls familie på morsida er bergenskjøpmenn som driver handel, og de er langt klokere enn professorfaren. Og Jonas' redning er en jungmann som bare har gått "livets skole".

Det er mulig at det ligger noe urnorsk i denne kritikken: Den norske urhelten er uskolert og kan tilsynelatende ingen verdens ting. Før han finner det for godt å dra ut i verden, er det eneste han kan å rote i asken i peisen, et meningsløst stykke arbeid som ikke krever noen form for kompetanse. Når han finner det for godt å forlate familien, lykkes han med det han gjør. Han er skarpsynt, oppfinnsom, modig, og han ser muligheter der ingen andre ville drømme om å se etter dem. Et land som har fostret denne helten, Askeladden, må sannsynligvis produsere den typen dannelseskritikk som vi finner mange eksempler på i norsk skjønnlitteratur.

For et ordinært menneske uten Askeladdens eventyrlige¹⁶ evner, må opplevelsen av å kunne gå på to bein på egen hand stå i en særklasse: Aha-opplevelsen når beina bærer og man kommer omtrent dit man vil, overskygger sannsynligvis det meste av det vi ellers opplever i livet. Tilsvarende følelse får de fleste av oss første gang vi prøver et språk vi har lært på skolen i utlandet: Det fungerer; jeg blir forstått. Og ganske mange opplever noe av det samme når de løser logiske problemer, eller nøtter innafor matematiske områder – om det er tidas slager – Su-doku¹⁷ – eller mer klassiske problemstillinger. Eksempelene bringer lett tanken til gralsridderne: Jakten på den hellige gral¹⁸ har i vår kulturkrets opp gjennom århundrene stått som symbol på jakta etter det perfekte, ja kanskje til og med på jakta etter det gode liv. Mange som har vært interessert i matematiske problemer og nøtter, har nok følt seg som gralsriddere. Andrew Wiles – som løste Fermats store sats – bør for eksempel ha hatt denne følelsen da han nådde sitt mål.

Min agenda er jakta på en annen gral: Hvorfor lykkes noen spesielt godt i løsning av matematiske problemer? Hvilke egenskaper betinger matematisk suksess? På denne turen skal jeg blant annet bruke de siste års skoletester.

¹⁶ (!)

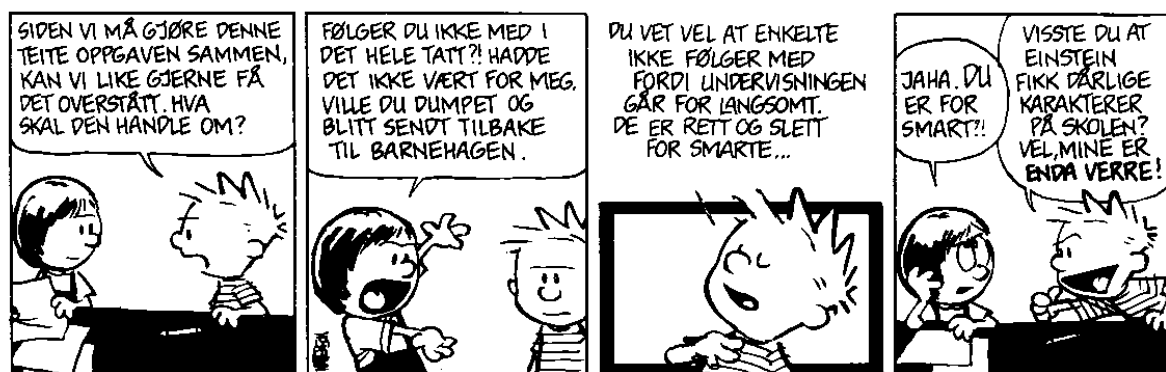
¹⁷ Japansk tallpuslespill der sifrene 1 – 9 skal plasseres rett på et rutenett på 9 ganger 9 ruter, og som blei svært populært i hele Europa i 2005.

¹⁸ Opprinnelig en myte knytta til keltiske fruktbarhetsriter, deretter til kong Arthur og hans riddere, men seinere er gralen blitt et symbol på alt uoppnåelig og på evig liv, evig ungdom og ellers alt vi kan begjære.

Men først kan det passe å ta en liten tur innom den offentlige debatten slik den har fortont seg det siste året:

Norsk skoledebatt – en parodi?

Om skoleundersøkelser i 2003 – 2005 og om reaksjonene, om avisdebatt og politisk debatt, om inneværende undersøkelse, om det banale, om positivisme og om egen bakgrunn.



19

Jeg ønsker altså å fabulere omkring årsaker til suksess i faget matematikk. Det fortoner seg litt underlig, men også svært relevant, i Norge akkurat dette siste året.²⁰ 7. og 14. desember 2004 blei det publisert to undersøkelser²¹ om norske 14 – 16-åringers kunnskaper i naturfag, lesing og matematikk. Norske resultater kan lett sammenliknes med tilstanden i andre land. Prestasjonene var lavere enn det enhver skolepolitiker og pedagog kunne ønske seg for vårt lands vedkommende. Resultatene skapte umiddelbart debatt i mediene. Leder for Arbeiderpartiet²² la øyeblikkelig skylda på den borgerlige regjeringas skolepolitikk.²³ Leder for Unge Høyre²⁴ slo like kategorisk fast at Arbeiderpartiets skolepolitikk²⁵ i forkant av den borgerlige regjeringa hadde skylda.

I januar 2005 blei så resultatene av de nasjonale prøvene²⁶ fra forrige skoleår publisert og lagt ut på nett. De norske nasjonale prøvene sier ikke noe om norsk nivå i seg sjøl, men forteller hvordan ulike norske skoler, kommuner og fylker skårer i forhold til hverandre, i viktige kjernefag. Journalistene fant øyeblikkelig ut at Finnmark og Nordland var taperfylkene.

¹⁹ Watterson 91 – Bind 2, side 121

²⁰ Desember 2004 – i dag

²¹ Kjærnsli 04 og Grønmo 04: PISA- og TIMSS-undersøkelsene som vil bli nærmere diskutert seinere.

²² Jens Stoltenberg (1959 -)

²³ Høyre, Kristelig folkeparti og Venstre, 2001 - 05

²⁴ Torbjørn Røe Isaksen (1978 -)

²⁵ Særlig R94 og L97

²⁶ Nasjonale prøver blei innført av nåværende regjering for å: 1) Måle kunnskapsutvikling over tid i lesing, skrivning, engelsk, naturfag og matematikk 2) Gi skolene tilbakemelding om hvordan den enkelte skole lå an 3) Gi offentligheten kunnskap om hvilke skoler, kommuner og så videre som lyktes best – eller dårligst – i en del kjernefag

Skoleledelse som motiverer for gjennomføring av prøvene, la vekt på motivasjonsproblemer i Norge. Utdanningsministeren²⁷ forklarte de svake resultatene i Nord-Norge med at lærerne har for dårlig utdanning. Og store elevgrupper boikotter de nasjonale prøvene fordi de er imot offentliggjøringa, trass i at minister og rektorer nærmest brukte trusler overfor elevene. Journalistene gnir seg i hendene.

I dette offentlige klimaet skal jeg vurdere matematikkunnskaper som sådan. Utgangspunktet slik jeg her har skildra det, er på mange måter spennende, men også skremmende.

Det fins mange flere grunner enn offentlige undersøkelser og offentlige debatter til å undre seg over hvorfor noen lykkes og noen mislykkes i et fag som matematikk. Avstanden fra suksess til fiasko er enorm når en måler det som ulike prestasjoner: Radikalt forskjellige resultatene oppnåes av barn og ungdom som ellers ikke er så forskjellige og som det absolutt ikke er så stor forskjell på når det gjelder prestasjoner på andre områder. Min spesielle grunn til å interessere meg for emnet er delvis at jeg har undervist ungdom og voksne i matematikk i nærmere 40 år – jeg begynte så smått som tenåring og lever av det ennå i dag²⁸. Og jeg er stadig nysgjerrig på hva det er som fører til denne suksessen og denne fiaskoen.

Jeg skal i denne sammenhengen konsentrere meg om suksessene, og jeg skal primært prøve å måle suksessfaktorene i det som foreligger av data fra TIMSS- og PISA-undersøkelsene de seinere åra. Disse undersøkelsene har og har hatt til hensikt å måle matematikkferdigheter – ved sida av leseferdigheter og naturfagferdigheter – hos skoleungdom i store deler av verden. Dessuten har undersøkelsene studert familiebakgrunn – økonomisk og kulturell ballast – og skolebakgrunn hos de samme ungdommene. Jeg skal konsentrere meg om sammenhenger mellom familie og skole og kunnskapene i matematikk hos de aller flinkeste som var med i undersøkelsen. Og konklusjonene mine baserer seg først og fremst på PISA 2003.

Det vil bli henvist til PISA 2000, PISA 2003 og TIMSS 2003: Dette er tre skoleundersøkelser der Norge har vært med. Nærmere beskrivelser av undersøkelsene følger nedafor. Videre blir begreper som R94 og L97 brukt: R94 er ei forkorting for den såkalte Hernes-reformen²⁹ av

²⁷ Kristin Clemet (1957 -)

²⁸ Lektor med nordisk hovedfag samt matematikk, fysikk og informatikk i fagkretsen: Universitetet i Oslo våren 1977. Undervisningserfaring fra grunnskolen i Oslo og videregående skole i Akershus og Troms..

²⁹ Gudmund Hernes (1941 -)

videregående skole fra 1994, den siste reformen før det såkalte ”kunnskapsløftet” i 2006. L97 er den tilsvarende reformen for grunnskolen.

Jeg ser at denne undersøkelsen lett kan føre til sprengning av allerede åpne dører. Jeg ser at jeg lett kan ende opp med sjølsagte svar og plattheter. Forsommeren 2005 har en doktoravhandling³⁰ fått overraskende stor oppmerksomhet i norske media. Den konkluderte først og fremst slik: Kjøtt som presenteres i butikkene på en slik måte at forbrukeren ser at dette kjøttet må ha sittet på et dyr, selger dårligere enn kjøtt der det er umulig å se denne sammenhengen. Uten å ironisere over et arbeid jeg ikke kjenner, illustrerer poenget godt et dilemma jeg ser ved starten av mitt arbeid: Fremmedgjøring er et begrep moderne mennesker er godt kjent med. Reifikasjon blei definert av Karl Marx, og det beskrev en viktig side ved vårt forhold til arbeid. Og begrepet karakteriserer dessuten et moderne, urbant liv, slik at for eksempel mat-kretsløpet er usynlig i vårt samfunn. Og det er nettopp det denne doktorgradsavhandlinga viser: At Marx har rett. Jeg ønsker ikke å ende med slike banaliteter, men jeg veit at jeg risikerer nettopp det. Jeg vil for eksempel sannsynligvis kunne finne ut at flinke foreldre får flinke barn. Og at et sosialt og intellektuelt hjem stimulerer barna best.

For å unngå platthetene regner jeg med at jeg må tøyne strikken litt lengre enn til bare å lese harde data og målbare sammenhenger.

For å si det enda sterkere: Jeg er nødt til å antyde sammenhenger som kan synes vidløftige, hvis dette arbeidet i det hele tatt skal ha noen mening. Først og fremst for meg sjøl, men også for en eventuell leser.

Disse standpunktene springer ut av min bakgrunn: Både interessen for emnet og behandlinga vil måtte bære preg av den skoleringa, de studiene og det arbeidet jeg har vært gjennom. Jeg har både en realfaglig og en humanistisk bakgrunn, og jeg tok hovedfag i nordisk litteratur på ei tid da positivismen sto lavt i kurs blant studenter. Den fagkritiske holdningen som prega store deler av studietida vår, var viktig, og er stadig en viktig del av det å være intellektuell i dag, for min generasjon og for det å kunne jobbe i skoleverket. Derfor er det ulogisk å ta et reint positivistisk standpunkt til forskning på elevundersøkelser og på menneskelig atferd. Jeg kommer derfor til å favne over et ganske breitt felt av mulige forutsetninger for å lykkes i

³⁰ Kubberød 05

faget matematikk. Og fordi TIMSS- og PISA-undersøkelsene ikke primært er ute etter å kartlegge disse forutsetningene, vil funnene mine – uansett om de ser ganske overbevisende ut – måtte modereres fordi de er så langt fra de eneste forutsetningene. Kanskje de til og med er av liten viktighet dersom man skulle kartlegge helheten. Og sist – men ikke minst – er de umulig å vekte i forhold til både hverandre og i forhold til de forutsetningene som ikke er en del av denne studien. For å illustrere denne bredden i forutsetninger, vil jeg prøve å beskrive den i de tidlige kapitlene, både når jeg refererer litteratur som beskriver begavelse og når jeg på generelt grunnlag lister opp hva som kan være mulige forutsetninger. Trass i disse unnskyldningene, mener jeg likevel at det er mulig å trekke noen konklusjoner på grunnlag av de eksisterende undersøkelsene. Problemet vil være å beskrive styrken, den positive effekten, av disse konklusjonene.

Vi starter med å se på hva matematikktestene PISA og TIMSS har som mål å beskrive:

Testing...

Presentasjon av TIMSS, presentasjon av PISA, om forskjeller og likheter mellom undersøkelsene og om konsekvenser for testing av de som lykkes best. Kvantitative undersøkelser i forhold til kvalitative.



31

Det er gjort to store undersøkelser om blant annet matematikkunnskaper blant skoleelever fra de seinere åra: *Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS)* og *Programme for International Student Assessment (PISA)*. TIMSS beskriver kompetansen i matematikk og naturfag mens PISA undersøker kompetansen i matematikk, naturfag og lesing.

TIMSS presenterer seg slik:

"TIMSS³² er et internasjonalt forskningsprosjekt som handler om matematikk og naturfag i skolen. Mer enn 50 land er nå med på prosjektet, som er en sammenlignende studie av realfagundervisning i skolen på ulike klassetrinn. Arbeidet startet i 1991. Den første datainnsamlingen foregikk våren 1995 med 45 deltagerland. Denne ble gjentatt i 1999 i en repetisjonsstudie, men Norge deltok ikke på denne. Ved gjennomføringen i 2003 var Norge igjen med. De store linjene for denne testen er i tråd med studiene på 90-tallet. (...) TIMSS kan karakteriseres som en læreplanbasert undersøkelse. Analyse av de forskjellige nivåene i læreplanen står sentralt i TIMSS, og et av de viktigste kriteriene for utvelgelse av oppgaver er at de er relevante i forhold til hva som undervises i majoriteten av deltakerlandene. Det er altså det som kan betegnes som "skolekunnskap" man ønsker å måle. (...) I begynnelsen av 80-årene ble det gjennomført to store internasjonale studier av realfagene i skolen i regi av

³¹ Watterson 91 – Bind 2, side 121

³² TIMSS 05 – beskrivelsen er tatt direkte fra nettstedet, med en del nedkortinger

den internasjonale organisasjonen IEA (International Association for the Evaluation of Educational Achievement): SIMS (Second International Mathematics Study) og SISS (Second International Science Study). (...) I stedet for å gjennomføre nye separate studier i 90-årene, har IEA satt i gang TIMSS, som er en kombinert studie av matematikk og naturfagene: Third International Mathematics and Science Study. (...) Målene for TIMSS er kort beskrevet å:

- undersøke elevenes kunnskaper i matematikk og naturfag
- studere hvordan kunnskaper henger sammen med faktorer som for eksempel holdninger, kjønn, hjemmebakgrunn, skolearbeid, fritidssysler og undervisningens innhold og organisering
- gjøre sammenligninger mellom land
- studere utvikling over tid ved å sammenlikne nye resultater med resultater fra tidligere TIMSS-undersøkelser
- prøve å finne fram til faktorer, nasjonalt og internasjonalt, som fremmer god læring og en positiv utvikling innen realfagene i skolen

Prosjektet har som mål å beskrive de ulike aspekter av "læreplanen" i realfagene og sammenhengen mellom disse. Sentralt står sammenligning mellom de ulike land, for på den måten å komme fram til hvilke faktorer som best fremmer læring. (...) Prosjektet vil analysere data på tre forskjellige 'nivåer'. Det første nivået gjelder systemet, slik det legges til rette av myndighetene og samfunnet. Med 'læreplanen' mener vi her det som står i fagplaner og lærebøker. TIMSS vil inneholde omfattende studier av slike dokumenter. Vi snakker da om den intenderte (eller tilsiktede) læreplan. I tillegg vil en også analysere systemets rammefaktorer, f.eks. spørsmål som strukturen i skolesystemet og elevenes muligheter for valg av skole og fag. (...) Neste nivå er klasserommet. Dette nivået handler om selve undervisningen og læringsmiljøet i klassen. Hvordan blir den intenderte læreplanen satt ut i livet? (...) Det tredje og siste nivået gjelder elevene selv: hva er oppnådd i form av kunnskaper og holdninger? Det kan vi kalle den resulterte (eller oppnådde) læreplan. (...)

TIMSS 1995 fokuserte på tre ulike alderstrinn eller klassetrinn. (...) De to klassetrinnene med flest 9-åringer (...) De to klassetrinnene med flest 13-åringer (...) Det siste året i videregående skole

I TIMSS 2003 ble bare de to første populasjonene testet. Etter innføringen av L97 gikk 9-åringene og 13-åringene nå i 4. klasse og 8. klasse. Populasjonen ble denne gangen definert slik: (...) Det øverste av de to klassetrinnene med flest 9-åringene (...) Det øverste av de to klassetrinnene med flest 13-åringene

For hvert enkelt land skal det foretas analyser av sammenhengen mellom de nevnte tre sidene ved 'læreplanene'. På den måten kan en se i hvilken grad "systemets" og lærerens mål og intensjoner blir oppfylt. I tillegg skal selvfølgelig også landene sammenlignes med hverandre. Forholdene i hvert land kan da studeres i et internasjonalt perspektiv.

Det internasjonale prosjektsenteret³³ ligger ved Boston College i USA. Det er etablert en nasjonal prosjektgruppe i hvert land. Det norske prosjektsenteret er (...) i hovedsak finansiert direkte fra UFD."

Hvor godt forbereder skolen elevene på framtidens utfordringer?³⁴ **PISA** beskrives slik:

"Foreldre, elever, samfunn og skolemyndigheter har behov for å vite om elevene tilegner seg nødvendige kunnskaper og ferdigheter. Setter skolen elevene godt nok i stand til å bli morgendagens arbeidstakere og til å fortsette å lære, tenke og vurdere informasjon på en formålstjenlig måte? Dette er spørsmål som bør ligge bak alt læreplanarbeid og all undervisningsplanlegging, og det er spørsmål som foreldre, elever, skolemyndigheter og samfunnet for øvrig vil være interessert i å vite noe om. PISAs oppgave er å belyse denne typen spørsmål. Ved å utarbeide tester som tar sikte på å måle elevenes kompetanse i vid forstand får man bedre grunnlag for å vurdere hvor undervisningen lykkes og ikke lykkes.

Tre områder er valgt ut: lesing (på engelsk kalt reading literacy), matematikk (mathematics literacy) og naturfag (science literacy). Lesing er en grunnleggende ferdighet og en selvfølgelig basis for annen skolefaglig kompetanse. Dyktighet i matematikk og naturfag er spesielt viktig i et samfunn som i stadig større grad er avhengig av nye vitenskapelige oppdagelser og teknologiske nyvinninger. I PISA 2003 inngikk også en egen test i problemløsning, som i hovedsak måler elevenes evne til analytisk resonnering.

³³ TIMSS 05b

³⁴ PISA 05b

PISA kartlegger også elevens læringsstrategier, motivasjon og selvoppfatning gjennom spørsmål i et elevspørreskjema. Dette spørreskjemaet inneholder også spørsmål om elevenes syn på forhold ved skolen, for eksempel deres opplevelse av arbeidsmiljøet i klassen.

Til sammen kan disse undersøkelsene bidra til å gi skolene retningslinjer å arbeide innenfor og å gi skolemyndighetene kunnskap om sterke og svake sider ved rådende læreplaner. Tilbakemeldingen til lærerne kan bidra til forbedret undervisning, og brukt pedagogisk kan resultatene stimulere elevene til ytterligere læring. De vil også gi nasjonale skolepolitikere mulighet til å sammenlikne resultatene i sitt utdanningssystem med resultatene i andre land. Resultatene vil danne grunnlaget for å utvikle bedre tester og rette søkelyset mot utdanningssystemenes sterke og svake sider, sett i et internasjonalt perspektiv.”

Og matematikktesten:³⁵

”Det sentrale målet med undervisningen i matematikk må være å utvikle den enkeltes evne til å formulere og løse matematiske problemer i ulike situasjoner. Situasjonene kan variere fra rene matematiske situasjoner til situasjoner hvor matematikken må trekkes inn av eleven selv. Et mål for all matematikkundervisning må være at elevene skal lære å bruke matematikk på en måte som øker deres mulighet for aktiv deltakelse i samfunnet. I denne forbindelsen brukes begrepet mathematics literacy (matematisk allmenndannelse).

Matematikk var hovedfokus for testen i 2003, noe som vil si at 2/3 av testtiden ble dedikert til matematikkoppgaver. En del av spørsmålene i elevenes spørreskjema hadde også et spesielt fokus mot aspekter ved elevers oppfatninger av matematikk som fag i skolen, elevenes interesse og motivasjon for matematikk, elevenes bruk av læringsstrategier i matematikk og elevenes oppfatning av seg selv i forhold til matematikk. (...) Testen er organisert med utgangspunkt i fire aspekter. Fordi matematikk hadde en noe underordnet status i 2000, ble kun utvalgte deler av disse aspektene testet.

³⁵ PISA 05c

Matematisk kompetanse: *Evne til å argumentere om matematiske forhold og sammenhenger, evne til modellbygging, evne til å formulere og løse problemer, evne til bruk av representasjoner, evne til å beherske symboler, samt ha formelle og tekniske ferdigheter, evne til kommunikasjon, evne til å nyttegjøre seg ulike hjelpemidler i en matematisk sammenheng (for eksempel IKT)*

Sentrale ideer i matematikken: *endring og sammenheng, rom og form, kvantitative resonnementer, usikkerhet*

Emner i skolematematikken: *tall, algebra, funksjoner, geometri, målinger, overslag, sannsynlighet, statistikk, diskret matematikk*

Matematikk i ulike situasjoner: *En viktig komponent i mathematics literacy er evnen til å bruke matematikk i ulike situasjoner. Valget av matematisk metode og måten å presentere resultater på vil ofte avhenge av situasjonen som problemet presenteres i. Eksempler på ulike situasjoner kan hentes fra privatliv, skole, arbeid, idrett, lokalsamfunn, naturvitenskap osv.”*

”Det er både likheter og forskjeller mellom PISA- og TIMSS-undersøkelsene. PISA har utbyttet av den totale grunnutdanningen som fokus, mens TIMSS er laget for å gjøre det mulig å rapportere prestasjoner på forskjellige aldersnivåer og på den måten sammenlikne framgang med stigende alder for forskjellige land. PISA tester det man regner med kreves i framtiden, mens TIMSS tar utgangspunkt i en felles kjerne av læreplanelementer i de landene som deltar. TIMSS har som siktepunkt å måle så ’rettferdig’ som mulig *det som undervises* i naturfag i alle deltakerlandene. Det man vurderer i PISA, er ikke knyttet til en slik kjerne av felles læreplanelementer, men i stedet til et konsensus syn når det gjelder hva utdanningssystemet *bør vektlegge* for å forberede samfunnsborgerne for voksenlivet og livslang læring.”³⁶

Både PISA 2003 og TIMSS 2003 – det er resultatene fra PISA 2003 jeg til sjuende og sist skal ta for meg – forteller mye om norske elevers matematikkunnskaper sammenlikna med andre land.³⁷ Norske elever skårer svært gjennomsnittlig i forhold til de landene som blei undersøkt, og tendensen i forhold til tidligere målinger er negativ for norske elevers vedkommende. Dessuten er det påfallende at norske elever relativt sett er dårligst i forhold til

³⁶ Kjærnsli 05, side 17

³⁷ Bergem 05

hva skolen forventer at de skal kunne, det vil si i TIMSS-undersøkelsene. Muligens kan dette ha sammenheng med en tendens til at norske elever blir bedre – relativt sett – ettersom de blir eldre: PISA måler 16-åringer, TIMSS yngre elever. Vi skal også merke oss at det svakeste området for norske elever er tall og tallbehandling.³⁸ Dette tolkes som en motvilje mot drill og pugging i norsk skole og skolepedagogikk.³⁹

Det er klare forskjeller i TIMSS- og PISA-studiene. Men det er også klare sammenfall slik at de to studiene bekrefter hverandre.⁴⁰ Men jeg vil hevde at forskjellene på de to studiene ikke er vesentlige i forhold til resultatene for de mest vellykka. Dette baserer jeg på erfaring fra undervisning i matematikk i grunnskole og videregående skole over lang tid. Det er ikke noe som tyder på at elever som lykkes i matematikk, vil lykkes dårligere dersom læreplan og pensum endres. Og det er lite som tyder på at de som lykkes, har spesielle hull i sine kunnskaper som for eksempel vil gi forskjellig utslag fra test til test. Derfor er det neppe vesentlig om inneværende studie hadde vært utført på TIMSS- eller på PISA-data.⁴¹

Jeg er altså bare på jakt etter dyktighet som sådan, ikke etter hva slags dyktighet, jeg forutsetter altså at de beste i TIMSS også ville vært svært gode i PISA. Dette står *ikke* i motsetning til at norske elever relativt sett gjør det dårligst i undersøkelsen der de er yngst. Og – som vi skal se – det står heller ikke i motsetning til at de beste norske elevene i PISA-undersøkelsen er riktig gode internasjonalt, mens de beste i TIMSS 2003 imponerer ikke på samme måte. Mitt poeng er likevel at de som er gode som 16-åringer etter alle solemerker også var det som 14-åringer. Funnene vil understreke at årsakene til denne dyktigheten er langsiktig og målbevisst arbeid mer enn plutselig forståelse eller endring av læringsstrategier. Derved vil jeg hevde at de vesentlige forskjellene som fins i disse undersøkelsene, ikke vil ha betydning for inneværende undersøkelse.

³⁸ Bergem 05, side 38-39.

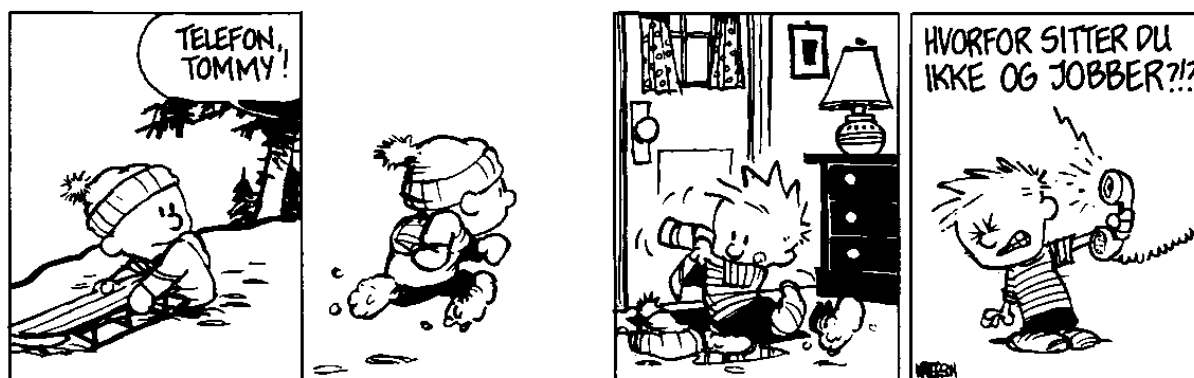
³⁹ Jeg poengterer dette spesielt fordi det blir et vesentlig poeng for temaet for inneværende studium av de som skårer høgest.

⁴⁰ Bergem 05, side 41 – 42.

⁴¹ Likevel fins det vurderinger av dette poenget i et seinere kapittel, i tillegg til at jeg har brukt TIMSS-data for å vurdere resultater fra PISA-dataene. Når jeg sier det på denne måten, kan det se ut til at jeg er i ferd med å trekke ei sirkelslutning: Jeg tror det seinere vil gå fram at det ikke vil skje...

Forutsetninger og generelle resultater

Spørreskjemaenes skjulte agenda, om kritikken av TIMSS og PISA, om ideologianalyse og hva TIMSS og PISA ikke måler. Om det matematikkfaglige og om hva undersøkelsene positivt har funnet. Om lydighet som en dyd i faget. Og hva forteller PISA og TIMSS om norske familier, norske elever, norsk skole og norske lærere? Kjønn, leseferdigheter, holdninger, lekser, hjemmemiljø, læringsmetoder, skolene. Om objektive mangler på funn, om måling av endringer over tid og om objektivitet som problem.



42

Spørreskjemaene i TIMSS eller PISA er ikke designet for den undersøkelsen jeg er i ferd med å gjøre. Men det ligger likevel muligheter til å finne svar på de spørsmåla jeg stiller fordi undersøkelsene måler dyktighet i faget matematikk og en del bakgrunnsfaktorer som familie, holdninger, undervisningssituasjon og skoleforhold. Men vi trenger først å orientere oss i hva spørreundersøkelsene på forhand har bestemt seg for at skal ha betydning, hvilken ideologi som ligger bak. Begge undersøkelsene er – når det gjelder spørreskjema – såpass like at jeg tar dem under ett.

PISA- og TIMSS-undersøkelsene har møtt en del motstand av ideologisk karakter. Særlig er de kritisert for å gi et skeivt bilde av elevenes kunnskapsnivå. Undersøkelsene forsvarer seg delvis ved å hevde at kritikken tar feil og står fast ved at undersøkelsene gir et bredt og godt bilde av kunnskapsnivå i basale fag – naturfag, lesning og matematikk – med klar overføringsverdi til andre fag.⁴³ Og undersøkelsene forsvarer seg ved å vise til at de bare måler det de hevder å måle. Likevel er det i utgangspunktet gjort en del valg, og alle disse valga har en ideologisk karakter, uansett hvor gode begrunnelser som ligger bak.

⁴² Watterson 91 – Bind 2, side 122

⁴³ Kjærnsli 04, side 253

”Læreren maa helst ikke kunne kvænsk for ikke at fristes til at lae undervisningen foregaa paa dette sprog, eller om han kan det, ikke lade børn eller voksne faa forstaaelsen af at han kan det. Undervisningen i historie og geografi er ikke alenest et udmerket middel til at fremme fornorskningen, men ogsaa et godt middel til at fremme nationalfølelsen.” Denne uttalelsen stammer fra Nordreisa kommune i mellomkrigstida. Nordreisa er en kommune med relativ stor innvandring fra Finland, særlig på 1800-tallet, og mellomkrigstida var en periode da ”den finske fare” dukka opp som politisk begrep i slike områder i Nord-Norge, initiert av sentrale myndigheter. Både politiske og pedagogiske forhold gjorde at fornorskinga blei gjennomført etter retningslinjene ovafor. Leonhard Isaksen⁴⁴ – som er kilde for uttalelsen – var lærer⁴⁵ og ordfører⁴⁶ i kommunen i en mannsalder og som en skjønner, en aktet mann. Og da han uttalte seg om fornorsking og nasjonalfølelse og det finske språket, blei han ikke oppfatta som verken rasistisk eller politisk betent. Når vi derimot i dag ser på uttalelsene og analyserer dem, er det klart at den er uttrykk for en ideologi som vi raskt tar avstand fra, delvis fordi nasjonalisme og rasisme i dag med rette oppfattes som negative holdninger, og delvis fordi vi ser annerledes på pedagogisk praksis og verdien av å beherske flere språk. Man kan si at dagens analyse ikke er videre rettferdig overfor ordføreren, men dette endrer ikke realitetene.

Et mer velkjent eksempel er dagens holdning til politisk overvåkning i Norge⁴⁷ for få år sia: Da overvåkinga foregikk,⁴⁸ var den politisk akseptert. I 1996 og fram til vår tid er den fordømt av nesten alle politiske miljø.

Når jeg ser på ideologien i PISA- og TIMSS-undersøkelsene, er det altså ikke et forsøk på å frata dem all legitimitet. Men det er viktig å være klar over at det som framstår som nøytrale undersøkelser, ikke er det og aldri kan være det. Dette fratar ikke undersøkelsene muligheten til å trekke en del konklusjoner, men det understreker at det fins en del ”men” som kanskje er viktige. Og det mest åpenbare ”men” er naturligvis de positive kvalitetene i norsk skole og i alle andre lands skoler som undersøkelsene ikke oppdager. Jeg mottok nettopp et hjertesukk

⁴⁴ 1878 - 1935

⁴⁵ 1902 - 1935

⁴⁶ 1908 - 1935

⁴⁷ Lund-kommisjonen 1996: <http://www.stortinget.no/lund/> (30. august 2005)

⁴⁸ Herved er det *ikke* påstått at den er over...

fra en norsk elev⁴⁹ som nylig har kommet hjem fra ett år i fransk skole: ”Å, det var godt å kunne få lov til å diskutere i timene igjen!” en kvalitet som bare kan være positiv for elevene i våre skoler.

Trass i at begrunnelsene for å gjøre et valg eller stille et spørsmål i kvantitative undersøkelser i utgangspunktet er av praktisk karakter, ligger det alltid et ideologisk valg bak spørsmålet. Og trass i at man vil det beste, er disse ”beste” valgene uttrykk for en ideologi. Derfor er det rimelig å se på ideologien bak valgene.

De reinte faglige oppgavene er laga for å dekke det meste av hva som er interessant i faget matematikk. Og skulle det være noen skeivheter her, vil de likevel bety lite for mine konklusjoner. Jeg har tidligere konkludert med at i faget matematikk betyr ulike emner og ulik vektlegging av emner lite for de aller flinkeste i faget. Men i tillegg til de reinte faglige oppgavene i undersøkelsene, fins det såkalte elev-, lærer- og skoleskjema. Disse skal kartlegge bakgrunnsparametrene og eventuell sammenheng mellom skår og utenforliggende faktorer. Elevspørreskjemaet kartlegger elevenes alder, kjønn og språk, dvs. om elev eller foreldre er innvandrere, og yrkesbakgrunn til foreldre. Hjemmemiljøet kartlegges gjennom materielle hjelpemidler av sosioøkonomisk, kulturell og pedagogisk karakter. Videre stilles det spørsmål om eleven har tro på seg sjøl, planer for og holdninger til liv og skole og om fritid og PC. Det ligger derved en ideologi i bunn der det regnes med at disse faktorene er relevante. Derimot er det ikke spørsmål av litt mer vidløftig karakter når det gjelder bakgrunn: Forhold til religion, parti og politikk, til kritisk tenkning, innholdet i ”middagsbordsamtalene”, forhold til barneoppdragelse, venner og familie eller om eleven er aktiv idrettsutøver eller musiker. Spørsmål til lærer dreier seg om alder, utdanning, kjønn, erfaring, fordypning i utdanninga og om hvilke områder læreren føler seg inkompetent eller svak i forhold til pensum, og om metodikk, trivsel og ressursforhold i skolen. Det stilles ikke spørsmål om lærerens personlige egenskaper. Og tilsvarende stilles rektor spørsmål om skoledata som størrelse, lokalmiljø, om fravær og skulk og om kvaliteten på lærere og elever, men ikke om mer kvalitative forhold i lokalmiljøet eller blant elevgruppa.

⁴⁹ Vegard Vibe (1987 -)

Naturligvis ligger det metodiske valg bak hvilke spørsmål som stilles, og det ligger drøftinger mellom deltakerlandene om hvilke felles formuleringer som er fruktbare. Men det ligger også ideologiske valg: Man vil faktisk *ikke* ha svar på hvilke livsynsmessige forhold som ligger til grunn hos elever og lærere⁵⁰, *ikke* hvilke politiske partier som korrelerer med hvilke kunnskaper eller om spesielle psykologiske forhold som påvirker innlæringa. Og da er det naturligvis maktpåliggende å spørre hvor stor feilkilde det ligger i det man *ikke* har kartlagt.

Når det er sagt, er det likevel et faktum at PISA-⁵¹ og TIMSS-undersøkelsene⁵² har undersøkt norsk matematikk-hverdag på bredt grunnlag. Og trass i en del kritikk av mer overordna forhold – hvorvidt realfagskunnskaper er løsninger på alle problem, om denne type målinger forteller oss noe viktig om norsk skolehverdag som sådan og om de forteller noe om norske elevers intellektuelle ferdigheter på andre felt, for eksempel når det gjelder sosiale ferdigheter eller muntlige egenskaper, så har ingen trukket det faglig holdbare i tvil: Konklusjonene i undersøkelsene er basert på grundig dokumenterte forhold. Blant annet slår undersøkelsene fast⁵³ at PISA måler det samme⁵⁴ som de overordna målene vi finner i L97⁵⁵. Dette er viktige forutsetninger for undersøkelsene. Jeg skal ikke gjøre så stort nummer ut av dette, men jeg har et synspunkt – som kanskje kan virke noe problematisk – at det spiller mindre rolle hva slags matematikkunnskaper man har, bare man behersker spillereglene. Dette synspunktet baserer seg på erfaringene mine som lærer og som elev og student med matematikk som en viktig interesse gjennom et langt liv: Behersker du spillereglene, er det *den* forutsetningen du trenger for å kunne bruke redskapet. Og det er de eneste forutsetningene som gjelder for å prestere på et høgt nivå. Men altså: PISA måler det skolen vil bli målt i.

Våre 2005 gikk høringsfristen ut for nye læreplaner for grunn- og videregående skoler i Norge. Ministeren⁵⁶ markedsførte de nye læreplanene under slagord som ”kunnskapsløftet”⁵⁷ og ”kultur for læring”, og bakgrunnen for både slagordene og arbeidet med nye planer er både et ønske om å markere dagens regjering i motsetning til den som sto bak R94 og L97⁵⁸ og et

⁵⁰ Lærerspørreskjema fins bare i TIMSS, ikke i PISA

⁵¹ Lie 01 og Kjærnsli 04

⁵² Grønmo 04

⁵³ Lie 01, side 58

⁵⁴ Kjærnsli 04, side 47

⁵⁵ L97 er en populær forkortelse for gjeldende læreplan for grunnskolen fra 1997: Grunnskolens versjon av R94, som er den tilsvarende for videregående skole, Reform 94 – reformen fra 1994

⁵⁶ Kristin Clemet

⁵⁷ www.kunnskapsloftet.no

⁵⁸ Bak disse reformene sto politikeren Gudmund Hernes og hans parti, Det norske arbeiderpartiet.

ønske om å ta konsekvensene av de relativt dårlige norske resultatene i PISA- og TIMSS-undersøkelsene. Trass i visse pedagogiske konflikter innafor skolematematikken – den formaliserte ”nye matematikken” på 1960-tallet og vekt på anvendt matematikk kontra matematikk for matematikkens egen skyld – er vel konklusjonen at det spiller liten rolle for elever som lykkes i matematikk hvordan fagplanen ser ut, som jeg har hevda tidligere.

Undersøkelsene har en del interessante konklusjoner når det gjelder norske forhold. Jeg velger å konsentrere meg om PISA-resultatene, det er ingen spesiell grunn til å repetere tilsvarende funn fra TIMSS. Og jeg bruker begge PISA-undersøkelsene når jeg presenterer de generelle resultatene: Den første stammer fra tida før L97 hadde fått satt seg, den siste kan speile forhold som kan knyttes til 90-tallsreformen.

Generelt sett viser undersøkelsene at norske elever i matematikk i 2003 presterer omtrent som gjennomsnittet i OECD-landene, men betydelig svakere enn elever i de andre nordiske landene. Det har vært en liten tilbakegang fra 2000. I naturfag skårer norske elever betydelig lavere enn OECD-gjennomsnittet, og tilbakegangen fra 2000 har vært betydelig. Leseferdighetene ligger litt over snittet, men det har vært en liten tilbakegang: Denne skyldes hovedsakelig at norske gutter presterer dårligere i 2003 enn i 2000.⁵⁹

Kjønn

Gutter skårer langt bedre enn jenter i matematikk⁶⁰ i PISA 2000 – kjønnsforskjellene er omtrent som gjennomsnittet for alle land i undersøkelsen – mens jenter er bedre i naturfag⁶¹ i større grad enn gjennomsnittet. I de fleste land er det vanlig at gutter etter 3 år i videregående skole skårer bedre enn jenter i både matematikk og naturfag.⁶² Kjønnsforskjellene var langt mindre i TIMSS-undersøkelsen fra samme tid. I undersøkelsene fra 2003 har bildet endra seg noe. Gutter gjør det bedre i matematikk enn jentene, men forskjellen er bare halvparten av det internasjonale gjennomsnittet.⁶³ Kjønnsforskjellene er altså små i internasjonal sammenheng, ”rundt 10 % av et standardavvik. Guttene gjør det signifikant bedre enn jentene, men forskjellene er langt mindre dramatiske enn de store forskjellene vi ser i jentenes favør for lesing. Den store oppmerksomheten rundt kjønnsforskjellene i matematikk kan derfor virke

⁵⁹ Kjærnsli 04, side 243 – 244

⁶⁰ Lie 01, side 171

⁶¹ ibid. side 172

⁶² ibid. side 173

⁶³ Kjærnsli 04, side 76

overdreven.”⁶⁴ Slik sies det i den siste PISA-rapporten, og det er naturligvis riktig rent kvantitativt. Men i et litt videre perspektiv må vurderinga bli litt annerledes: Når det gjelder dagens norske skole, er matematikk – og delvis altså naturfag – *det eneste teoretiske faget der gutter kan konkurrere med jenter* – og få bedre resultater enn jentene. En tilsvarende tendens fins i andre land. Og den mest nærliggende konklusjonen er naturligvis at matematikkferdigheter er kjønnsavhengige, og i litt større grad enn dagens undersøkelser viser fordi at gutter ellers ligger etter jenter. Likevel kan det være interessant å understreke at matematikk ikke bare er matematikk. Det viser seg nemlig at det fins ulike kjønnsforskjeller i ulike disipliner innen faget: Det kan det se ut som om ”Jentene er flinkere til å regne, guttene er bedre til å bruke matematikk, og at for naturfag er jentene bedre til å resonnerer logisk, mens guttene kan mer om naturfaglige emner.”⁶⁵

En annen side ved kjønnsforskjellene understrekes av den nyeste PISA-undersøkelsen:⁶⁶ Flere gutter enn jenter befinner seg i ytterpunktene, altså som spesielt svakt presterende og spesielt sterkt presterende.⁶⁷ Dessuten har jentene mindre tiltro til egne ferdigheter i matematikk enn guttene.⁶⁸ En viktig kjønnsforskjell er guttenes holdning til høgere utdanning: Langt flere gutter enn jenter nøyer seg med utdanning på et lavere nivå; jentene har høgst ambisjoner.⁶⁹

Leseferdigheter

I svært mange skolefag fins det – naturlig nok – en klar sammenheng mellom leseferdigheter og ferdigheter i andre fag, for eksempel i lesing og i naturfaget. Tendensen er ikke målbar når det gjelder matematikk og lesing, sjøl om også matematikkproblemer presenteres med til dels lange tekster.⁷⁰ Når det gjelder elever med minoritetsspråklig bakgrunn – sett med norske øyne – er bildet annerledes: Her er sammenhengen mellom leseferdigheter og prestasjoner i både naturfag og matematikk helt klar.⁷¹ Den nyeste undersøkelsen understreker imidlertid at bruken av norsk hjemme har minst betydning i faget matematikk og i problemløsning.⁷²

⁶⁴ *ibid.* side 75

⁶⁵ Lie 01, side 177 – 178

⁶⁶ Kjærnsli 04, side 76

⁶⁷ *ibid.* side 77

⁶⁸ *ibid.* side 194

⁶⁹ *ibid.* side 210

⁷⁰ Lie 01, side 180

⁷¹ *ibid.* side 181

⁷² Kjærnsli 04, side 207

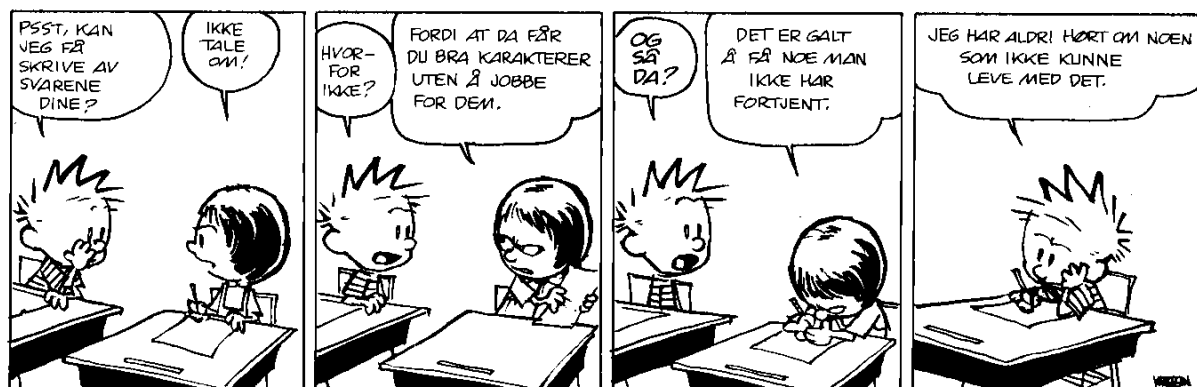
Holdninger



73

Det er naturligvis vanskelig å gi absolutte tall når det gjelder holdninger. Ulike elever kan i mange tilfelle mene det samme, men uttrykke det med ulike nyanser. På spørreskjema besvarer man holdninger i forhold til en gradert skala⁷⁴, og ulike elever uttrykker sine holdninger med sterkere eller svakere ordbruk. I alle undersøkelsene finner vi gjennomgående positive holdninger hos elever i Norge, både i forhold til skole, fag og lærere. Dette kan være et resultat av høy trivselsgrad i norske skoler, kanskje av lite konkurranse mellom elever, små sosiale konflikter og at kravene som stilles i norsk skole ikke skaper mistrivsel. Med disse forbeholdene, som naturligvis vil være tilsvarende i andre land, er det likevel klart at norske elever, og særlig gutter, ligger under internasjonalt gjennomsnitt når det gjelder positive holdninger⁷⁵ og motivasjon⁷⁶ i faget matematikk, men altså ikke i forhold til skolen som sådan.

Lekser



77

⁷³ Watterson 91 – Bind 1, side 183

⁷⁴ Likert-skalaen

⁷⁵ Lie 01, side 191

⁷⁶ ibid. side 195 - 198

⁷⁷ Watterson 91 – Bind 5, side 21

Norske elever får i gjennomsnitt ikke mindre lekser enn andre, og tidsbruk på lekser er omtrent som i andre land. Lærere trenger ikke PISA eller TIMSS for å fortelle at de som ikke gjør lekser, underpresterer eller presterer i stor grad dårlig i skolesammenheng. Når det gjelder sammenheng mellom mengde med tid til lekser og prestasjoner, har imidlertid undersøkelsene interessante svar, og de er internasjonale: Gutter og jenter gjør i gjennomsnitt like mye lekser, men det er flest gutter som ”ikke gjør lekser”. Prestasjonene i matematikk øker jamt med tid avsatt til lekser, men bare til et visst punkt når det gjelder gutter: Gutter som bruker ”mye” tid på lekser, presterer dårligere i fagene.⁷⁸

Hjemmet



79

Foreldres utdanningsnivå er relativt høgt i Norge, men det fins likevel store variasjoner både i utdanning og yrker. Dette har lite å bety i skolesammenheng, og det kan virke som om skolene og likhetstanken i skolen utjamner disse forskjellene.⁸⁰ Den tradisjonelle kjernefamilien er en positiv faktor, større enn i andre land.⁸¹ At hjemmespråket er norsk, er også viktigere i Norge enn i andre land.⁸² Norge utmerker seg med et lavt nivå på kulturell kompetanse. Det diskuteres lite politikk og kultur – da forutsetter jeg at dette ikke gjelder det særnorske ”utvida” kulturbegrepet – i norske hjem: Diskusjon om sportsresultater fanges *ikke* opp av kulturbegrepet i PISA/TIMSS. Og her er sammenhengen med skoleprestasjoner klar og entydig. Overraskende er det – også – at skolene ikke klarer å utjamne denne mangelen på kultur.⁸³ Norske elever har sjøl også et lavt kulturelt aktivitetsnivå, de går lite på museer og er lite opptatt av kunst, teater og klassiske kulturelle uttrykk, men denne mangelen på aktiviteter

⁷⁸ ibid. side 201

⁷⁹ Watterson 91 – Bind 1, side 207

⁸⁰ ibid. side 212

⁸¹ ibid. side 213

⁸² ibid. side 214

⁸³ ibid. side 215 – 216

har ingen sammenheng med skoleprestasjonene.⁸⁴ Den generelle sosiale kompetansen i norske hjem – familiene snakker og gjør ting sammen – er gjennomsnittlig, og samsvaret er som i andre land, sterkere i lesekompetanse enn i realfagene.⁸⁵

Norske hjem er velutstyrt, blant annet med litteratur, faglige hjelpemidler i skolearbeid, og her fins det dessuten samsvar i prestasjonene.⁸⁶ Men den norske rikdommen skaper i liten grad forskjeller i skoleprestasjonene, her klarer skolen å utjamne de forskjellene som måtte kunne oppstå.⁸⁷

Totalt sett er vårt land gjennomsnittlig når det gjelder hjemmebakgrunn og prestasjoner.⁸⁸ Men det er – som i andre land – av betydning hva slags hjem en elev kommer fra.

Barnets plass i søskenflokket har faktisk innvirkning på hvordan barn utvikler seg. En fersk undersøkelse⁸⁹ viser utvetydig at det barnet som er født først i en familie, i gjennomsnitt ligger ett år foran det tredje barnet i skoleprestasjoner. Tendensen er klar i forhold til førstefødte uansett hvor stor søskenflokket er. Størrelse på søskenflokket har imidlertid ingen målbar innvirkning på skoleprestasjonene. Undersøkelsen søkte også etter sammenhenger mellom fødselsrekkefølge og forhold til arbeid og yrke, og det viste seg at for yngre jenter i en familie slo dette negativt ut, samtidig som at de oftere blei tenåringsmødre.⁹⁰

Økonomi og yrke

Velstandsnivået i en familie er i utgangspunktet vanskelig å måle. Sammenhengen er imidlertid såpass logisk at det har vært gjort mange forsøk. En undersøkelse i så måte⁹¹ har likevel konkludert med at \$ 1000 i økt inntekt hever matematikkresultater med 2,1 % av et standardavvik og leseferdigheter med 3,6 %. Denne tallfestinga er det naturligvis grunn til stille spørsmål ved. En absolutt inntektsøkning vil ikke alltid få slike konsekvenser, og både en absolutt og en relativ inntektsøkning må få størst konsekvenser for dem som har

⁸⁴ ibid. side 219

⁸⁵ ibid. side 222

⁸⁶ ibid. side 220 - 221

⁸⁷ ibid. side 224

⁸⁸ ibid. side 227

⁸⁹ Black 05

⁹⁰ Smithers 05, en avisversjon av Black 05

⁹¹ Dahl 05

økonomiske problemer, slik at disse gjennomsnittstallene neppe kan leses som gode mål. Men påvisninga av at det er en signifikant sammenheng, er naturligvis viktig og interessant.

Mors yrkesmessige rolle i forhold til barns utvikling er også et spennende og spenningsfylt felt: I Norge er morsrolla offer for politiske og religiøst relaterte diskusjoner. Vi merker spesielt interessa blant de politiske partiene.⁹² Og situasjonen er ikke veldig annerledes i andre land. Én undersøkelse⁹³ har framskaffa noe motstridende resultater. På den ene side har det en mulig positiv – men ikke signifikant⁹⁴ – effekt på barn at mor har et yrke utafør hjemmet. Bruken av barnepass i ulike former gir oss ulike svar. Negativ virkning er knytta til barnepass etter ett års alder og til uformell barnepass, altså ikke til barnehage og liknende tilbud. Dessuten viser undersøkelsen at negative effekter av barnepass oppveies og overgås av positive effekter av utearbeidende mødre. Fedrenes rolle er ikke berørt i denne sammenheng.

Læringsstrategier



95

Læringsstrategier er det naturligvis også umulig å måle absolutt, men både forskjeller og samsvar kan fortelle oss noe. I Norge benyttes utenatføring, pugg, i liten grad. Det jobbes lite med såkalt utdyping av lærestoffet, det vil si arbeid med å forstå vanskelige begreper, med å sette stoffet inn i en sammenheng og med å se på overføringsverdien et lærestoff kan ha. Dessuten er norske elever lite flinke til å kontrollere seg sjøl.⁹⁶ Alle disse arbeidsmetodene har sine fordeler, og utenatføring er en nyttig teknikk til sitt bruk. Disse strategiene er langt mer framtrepende i andre land enn i Norge. Men det er ikke automatisk suksessfaktorer: I noen

⁹² Valgkamptema 2005: Kontantstøtte og barnehageplasser

⁹³ Bernal 05

⁹⁴ Dette høres sjølmotsigende ut, men en mulig tendens er viktig for resultatene i PISA og TIMSS!

⁹⁵ Watterson 91 – Bind 4, side 172

⁹⁶ *ibid.* side 234 – 236

land fungerer metodene som gode og utviklende, i andre har de absolutt ikke denne effekten.⁹⁷ I den siste PISA-undersøkelsen ser en klart at såkalt ferdighetstrening, som kan bestå av gjentakelse, overlæring og pugg, er svært lavt prioritert i Norden, samtidig som det er stor korrelasjon mellom denne type metode og prestasjoner i matematikk.⁹⁸ Ellers er funnene tilsvarende de fra den første undersøkelsen.

Når det gjelder motivasjon, er det en viktig drivkraft for å lære noe. Er du interessert og har du mål, har du et godt grunnlag for å lykkes. I den offentlige norske debatten har manglende motivasjon ofte vært framheva som et problem. Og skole og lærere har blitt stilt til ansvar: Stoffet må være praktisk, nyttig, underholdende og interessant. I mange tilfelle er disse krav som dukker opp i et samfunn når kunnskap i seg sjøl ikke har noen egenverdi. Når kunnskap er en vare man kan forsyne seg av etter behov, for eksempel på internett, og når kunnskap ikke lønnes når man skal ha jobb, og når den kulturelle kompetansen i det norske hjemmet er lavt – og kommer til å forbli lavt – da møter skolen spørsmålet om nytteverdien. Og slik situasjonen er i dag, er norske elever lite motivert og interessert i skolefag, de har lav innsats og de er lite utholdende.⁹⁹ Litt paradoksalt er det at konkurranse virker positivt inn,¹⁰⁰ men muligens har det sammenheng med at det nesten ikke fins konkurranse i den norske skolen, verken som pedagogisk virkemiddel eller for å komme inn på skole, og at derfor er nettopp et underholdende innslag når det dukker opp. Den nyere undersøkelsen viser at det er en tendens til større og bedre motivasjon når det gjelder norske elever, men kvantifisering er naturligvis vanskelig. Og vi bør merke oss at læring gjennom samarbeid og individuell læring ikke er motsetninger i norske klasserom.¹⁰¹

Skolene

Norske rektorer har i siste undersøkelse¹⁰² tilkjennegitt en del problemer i norske skoler: I forhold til Norden klager norske rektorer mest over kvalitet på skolebygg og utstyr, skolens pedagogiske ressurser, elev- og lærerrelaterte faktorer som påvirker læringsmiljøet og elevenes arbeidsmoral og innstilling.¹⁰³

⁹⁷ *ibid.* side 238

⁹⁸ Kjærnsli 04, side 180, side 195

⁹⁹ Lie 01, side 238 – 243

¹⁰⁰ *ibid.* side 245

¹⁰¹ Kjærnsli 04, side 183 – 189

¹⁰² *ibid.* side 226 - 230

¹⁰³ *ibid.* side 226 – 227

Det er vanskelig å bruke data om skolene som bakgrunn for hva som fører til suksess og hva som ikke gjør det. Beskrivelse av et læringsmiljø på en skole er tvetydig, og ofte har skolens lærere, elever og administrasjon få kunnskaper om alternativer. Hele poenget er vanskelig å måle. Likevel konkluderer undersøkelsene med en del interessante forhold:

Den norske skolen er – trass i et visst innslag av private livssynsskoler – svært homogen, og betydningen av hvilken skole du går på er minimal.¹⁰⁴ Dette er likt i hele Norden: Variasjonen mellom skolene er for de 5 nordiske landene – og Polen – den minste i internasjonale sammenheng.¹⁰⁵ Dette har sammenheng med enhetsskoletankegangen og at private skoler i Norden ikke har et annet innhold eller annen kvalitet enn den offentlige skolen. Likevel er variasjonen på prestasjoner innen den enkelte skole størst i Norge og i Sverige i internasjonal sammenheng,¹⁰⁶ en variasjon som er rundt 12 ganger så stor som variasjon mellom ulike skoler – i snitt. Det betyr at det innen den enkelte skole sannsynligvis er ganske varierte læringsmiljø i forhold til internasjonale forhold. Men det kan naturligvis også ha sammenheng med nettopp det faktum at alle norske elever går i den samme skolen. Likevel er norsk og svensk variasjon på den enkelte skole klart større enn i Finland, et land som skårer meget høgt i internasjonal sammenheng. PISA 2003 har tallfesta norske elevers syn på egen skole, og det er påfallende at elevene i vårt land har klart mest negativ holdning til utbyttet av skolegangen, til elev-lærer-relasjoner, til muligheten å få hjelp og støtte av læreren og til arbeidsmiljøet i klassen av de nordiske elevene, mens norske elever føler egen tilhørighet til skolen som sterkere enn elever i nabolandene.¹⁰⁷ Det fins en klar beskrivelse av den norske læreren som støttende, som et godt menneske å ha i skolehverdagen i PISA 2000, og denne rollen har betydning for prestasjonene.¹⁰⁸ Men den har muligens fortatt seg i PISA 2003.

Arbeidsmiljøet i klassen er dårligere i Norge enn i alle de andre landene i undersøkelsen.¹⁰⁹ Og arbeidsmiljøet ser ut til å ha blitt dårligere i perioden fra 2000 til 2003.¹¹⁰ Da er det verdt å merke seg ”at de skolene som skårer høyt i matematikk i Norge, blant annet er kjennetegnet ved et arbeidsmiljø som er mindre plaget av bråk og uro.”¹¹¹

¹⁰⁴ ibid. side 217

¹⁰⁵ ibid. side 218

¹⁰⁶ ibid. side 218

¹⁰⁷ ibid. side 219

¹⁰⁸ ibid. side 267

¹⁰⁹ ibid. side 223

¹¹⁰ ibid. side 224

¹¹¹ ibid. side 224

Det blir generelt sett stilt lite krav til norske elever. Det bør være en negativ side ved skolen. Men det er faktisk slik at de lærerne som stiller krav, ikke nødvendigvis oppnår suksess, eller blir sett på som gode lærere.¹¹² Norske elever trives, men her er det heller ikke samsvar med prestasjoner.¹¹³ De som trives best, gjør det ikke nødvendigvis best, og trivselen er nok mer av personlig karakter – det er for eksempel her vennene er, skolen er en trivelig møteplass.

Det er ikke samsvar mellom antall elever i klassen og skoleprestasjoner. I Norge har vi stor tetthet med datamaskiner i skolen, men det er ikke samsvar mellom antall datamaskiner og prestasjoner.¹¹⁴

Rektorene



115

Rektorene har også gitt beskrivelser av skolene sine: Elementene de uttaler seg om, er tilgang på kvalifiserte lærere, fysiske forhold ved skolen, pedagogiske forhold, elevrelaterte forhold og arbeidsmoral blant ansatte og elever. Og ”norske rektorer opplever de ulike faktorene som mer problematiske enn hva rektorer i de andre nordiske landene gjør.”¹¹⁶

Objektive mål?

PISA og TIMSS tallfester forhold ved skoler, og under sammenlikning skolene i mellom, brukes numeriske verdier. Et relevant spørsmål blir da: *Kan vi måle oss fram til resultatene?* Svare vi får i PISA og TIMSS er til å stole på. De holder vitenskaplig sett høy kvalitet. Og dersom tallgrunnlaget er for dårlig, avviser undersøkelsene funnene og nekter å gi svar. Slik må det være. Likevel er det problemer med slike positivistiske målinger og en positivistisk

¹¹² Lie 01 side 261

¹¹³ ibid. side 262

¹¹⁴ Lie 01, side 265

¹¹⁵ Watterson 91 – Bind 1, side 238

¹¹⁶ Kjærnsli 04, side 227

tilnærming til dette stoffet: Vi risikerer å ikke få svar på vesentlige spørsmål. Det fins blant annet en del å undre seg over i den siste PISA-undersøkelsen¹¹⁷ som blei offentliggjort,¹¹⁸ for eksempel disse forholda:

- Det er ikke noen sammenheng mellom et lands økonomiske satsing på skolen og de resultatene man oppnår på skolene.
- Det er ikke sammenheng mellom den enkelte skoles ressursbruk og elevenes resultater.
- Klassestørrelsen spiller ingen rolle.
- Såkalt tradisjonelle undervisningsmetoder gir best resultater.
- Datateknologi virker ikke resultatfremmende.

Når vi får slike resultater – eller egentlig mangel på resultater – spør det om vi ikke bør stable på beine en sunn skepsis til positivismen. Igjen. For her må det da være noe som ikke stemmer? Eller i alle fall noe som ikke lar seg gjøre å måle?

Skoleåret 2004/05 er det andre året det blir gjennomført såkalte nasjonale prøver i Norge.¹¹⁹ De skal borge for en objektiv norm som kan fortelle oss hvordan skolen utvikler seg og hvilke variasjoner vi finner i norsk skole når det gjelder resultater. Eksamensresultater har ikke kunnet ha denne funksjonen fordi det måles ulike ting hvert år: Man setter snittet i stedet for å ha et fast snitt, og det er nødvendig fordi det ikke fins noen mulighet for å låse et snitt i det enkelte fag. Spesielt har dette sammenheng med vanskegraden til prøver fra år til år. Med nasjonale prøver håper man å kunne låse en norm som kan brukes over lengre tid. Dette er imidlertid avhengig av omtrent samme prøve hvert år, og det i seg sjøl er problematisk: Prøvene er blitt kjent og skoler kan øve spesielt på prøva.

PISA og TIMSS har mulighetene i seg til å måle utvikling over tid, men det er avhengig av at vanskegraden på prøvene holdes konstant og at de forholder seg identisk til det og dem de skal måle. Dette er både et matematikkfaglig problem, og et problem av videre karakter: Prøvene må kunne forholde seg konstant i forhold til mentale og sosiale endringer i et samfunn. Resultatene fra PISA og TIMSS – slik de har blitt presentert – har vært relative,

¹¹⁷ PISA 2003

¹¹⁸ Sjøberg 05

¹¹⁹ Etter etableringa av ungdomsskolen, niårig grunnskole, avholdt man tilsvarende tester, kalt *Normerte prøver*.

ikke absolutte. Og relativt sett kan de fortelle om utvikling i Norge i forhold til utviklinga i de andre landene som testes. Det betyr at større endringer i andre land vil endre resultatene i Norge: Dersom andre land hever kompetansen, vil den falle i Norge sjøl om den egentlig er konstant.

Et annet forsøk på å måle absolutt utvikling på en norsk videregående skole, allmennfag, har blitt omtalt i en artikkel nylig.¹²⁰

Tabell 1: Nivåendring

Skoleår	Ant. kar.	6	5	4	3	2	1	0	Snitt	St. avvik
1996-2000	212	25	69	47	44	24	3	0	4,08	1,26
2000-2004	216	2	36	44	52	38	35	9	2,94	1,47

Gjennomsnittskarakterene for skolens elever i 1. termin¹²¹ for 1996-2000 er sammenlikna med samme i tida 2000-2004.¹²² Og tendensen er klar: Karakterene har i gjennomsnitt falt med 1,1 i perioden. Antall strykkarakterer er 14-dobla og bare en trettendel i perioden får beste karakter i forhold til i første periode. Artikkelforfatteren ser ikke bort fra at matematikklærerne ved skolen kan ha blitt strengere på grunn av interne diskusjoner i kjølvannet av økt faglig bevissthet som følge av at fokus har økt på matematikkens plass i skolen. Dessuten er undersøkelsen svært begrensa, og det kan finnes forhold ved denne skolen som er medvirkende årsak til endringa. Likevel er nedgangen dramatisk, og den er ikke overraskende for lærere som har undervist over lang tid. Erfarne lærere har ikke nødvendigvis svar på hvorfor det er slik, men mange av oss har registrert økte problemer med faget hos større deler av ungdomskullene.¹²³ Nasjonale prøver og offentlig eksamen skal fjerne det subjektive elementet som den enkelte faglærer utgjør i evalueringa: Personen som har daglig omgang med sine elever, blir sett på som subjektiv. Men det fins altså ikke noen enkel måte å lage objektive kriterier. Et merkelig paradoks er det etter min mening at bare den erfarne lærer kan ha et innebygd barometer, en norm som kan gjelde over lang tid: Erfaringa til en lærer gjør faktisk at han eller hun er den beste normen for å avgjøre om elevene og fagstoffet endrer

¹²⁰ Grøgaard 05

¹²¹ Altså karakterer satt av skolens egne lærere

¹²² Ca. 400 elever er med i undersøkinga

¹²³ Personlig la jeg merke til at det etter år 2000 har vært en tendens til å flytta grensa mellom karakteren 3 og karakteren 2 nedover under sentral sensur til grunnkurseksamen i allmennfag: Dette var ganske overraskende fordi grensa mellom disse karakterene har vært låst til 50 % i matematikk så langt tilbake som fra 1970-tallet, da karaktersystemet 0 – 6 kom. Og ønsket om en lavere grense var for å få flere elever til å oppnå bedre karakterer, altså å løfte nivået i matematikk – uten å egentlig løfte det.

seg over tid. Trass i det menneskelige og subjektive innslaget som naturligvis også ligger i vurderinga til enkeltlæreren. Det er viktig å være klar over begrensningene som ligger i kvalitative og kvantitative vurderinger. Og det er faktisk viktig å ty til vurderinger som tilsynelatende ikke holder de objektive, vitenskaplige mål: For kanskje de gjør det likevel?

Vi har nå sett på ei samla framstilling av funn i PISA – og TIMSS – slik de presenteres i de rapportene som har vært offentliggjort. Og det er disse – og spesielt PISA-undersøkelsen av 2003 – som skal danne grunnlaget for den analysen vi skal foreta når alt kommer til alt. Men vi skal i tillegg se på en liten – og kanskje litt uhøgtidelig – undersøkelse til: Hvilke egenskaper finner vi hos kjente personer som har utmerka seg innen faget matematikk? Det uhøgtidelige i denne undersøkelsen er åpenbart: Det er tilfeldige kunnskaper vi har om disse personene. De har ikke svart på spørreskjemaer, og de har levd under svært ulike livsvilkår og til svært ulike tidspunkt. Likevel kan det være interessant å se om det kan ligge trekk i livshistoriene deres som kan hjelpe oss i vår sammenheng. Videre skal vi se på eksempler på didaktikk retta mot dem som forventes å bli spesielt dyktige i matematikk slik det blei presentert på en spesiell matematikkonferanse der ett av temaene var ”begavede studenter”. Vi skal se på hva matematikkbegavelse egentlig kan være for noe, med bakgrunnsmateriale fra eksisterende undersøkelser og teorier. Og vi skal se på hva slags klasseromspraksis som er blitt avdekka gjennom videostudier i TIMSS 1997 og TIMSS 2000.

Bakgrunnsmateriale

Historier

Gode, autentiske historier om noen matematikere. Fellestrekk når det gjelder bakgrunn.



124

Mitt anliggende i denne undersøkelsen er altså å prøve å fange opp hvilke faktorer som resulterer i dyktige matematikere. Som en opptakt skal vi ta oss en tur innom matematikkhistorien og noen suksesshistorier for å prøve å se om det fins noen svar der. Eller om matematikkhistorien kan gi oss noen hint om hvor vi skal leite.

Forfatteren Apostolos Doxiadis utga i 2001 en roman han kalte *Onkel Petros og Goldbachs formodning*.¹²⁵ Boka forteller om nevøen til ”onkel Petros”. Petros framstilles som en mystisk skikkelse. I sin tid var han en stor matematiker med en lysende karriere foran seg. I løpet av sine studier støter han på den såkalte Goldbachs¹²⁶ formodning: Antakelsen om at hvert like tall – utenom 2 – kan skrives som en sum av to primtall.¹²⁷ Petros ofrer livet sitt til arbeid med å bevise formodningen, og mislykkes. Onkelen blir familiens svarte får. Sosialt og økonomisk går det ham dårlig.



Og når jeg-personen i romanen ønsker å studere matematikk, prøver onkel Petros på sin side å hindre at han gjør det: Han har en berettig frykt for at det skal gå nevøen slik det gikk ham. Petros knep og overtalelser lykkes ikke, og historia blir en flott skildring av et vennskap

¹²⁴ Watterson 91 – Bind 2, side 122

¹²⁵ Doxiadis 01

¹²⁶ Christian Goldbach (1694 – 1764): Hans formodning er reell og stadig ikke bevist.

¹²⁷ Thompson 97

knyttet til et matematisk problem. Det matematiske problemet beskrives i estetiserende ordelag som et vakkert – og muligens uopnåelig – mål for menneskelig undring.

Dette oppdikta eksempelet demonstrerer en stahet og en lengten etter avklaring som kan kjennetegne arbeidet med matematikk, samt det skrekkelige paradokset at den som mislykkes, er en taper trass i alt det gode arbeidet han har utført på veien. Boka har naturligvis en moral som motsier dette: Veien er like mye et mål som det å komme fram.

Pierre de Fermat (1601 – 1665)¹²⁸ var egentlig ikke matematiker. Han var sønn av en skinnhandler i Frankrike og fikk sin utdanning hjemme. Vi kan regne med at utdanninga ikke først og fremst hadde med handverket å gjøre, men at det dreide seg om det vi gjerne henviser til som klassisk dannelse. ”I 1631 fikk han arbeid som parlamentsråd i Toulouse, og han utførte sine plikter samvittighetsfullt, nøyaktig og lojalt. Mesteparten av fritida si brukte han på matematikk. Og livet hans besto – bortsett fra en bitter strid med Descartes – ikke av noen spesielle hendelser å merke seg.”¹²⁹ Fermat publiserte ikke matematiske skrifter, derfor har mye av det han studerte, gått tapt. Matematikken han stelte med, er bevart i brev og som marginotiser i Diofant’s¹³⁰ store læreverk.¹³¹ Berømt er for eksempel denne kommentaren: Jeg har funnet et elegant bevis for at $x^n + y^n = z^n$ ¹³² ikke har heltallige løsninger, men margen i denne boka er for liten til å romme det. Det kan nok være vanskelig å tro på dette utsagnet i dag, og det fins eksempler på at andre av Fermats formodninger faktisk har vært gale, for eksempel at alle fermattallene $F_n = 2^{2^n} + 1$ der n er et naturlig tall, er primtall.¹³³ Trass i det ufullkomne i noe av det Fermat gjorde, har til og med det ufullkomne glidd inn som viktige bidrag i matematikkens historie.



¹²⁸ Turnbull Server: Fermat

¹²⁹ TCD

¹³⁰ Diofant (ca. 200 – 284 e.Kr.)

¹³¹ Diofant 00

¹³² Fermats store sats, som var uløst i 358 år.

¹³³ Motbevist av Leonard Euler (1707 – 1783) i 1732, da han fant at $F_5 = 4294967297 = 641 \cdot 6700417$

Blaise Pascal¹³⁴ var født i 1623 og døde i 1662, i Frankrike.

”Hans far var en lokal dommer i Clermont med et visst vitenskaplig rykte, og de flytta til Paris i 1631, delvis for at faren skulle fortsette sine egne studier og delvis for å fortsette med undervisning av sønnen som allerede hadde vist at han hadde uvanlige evner. Pascal blei holdt hjemme for at de skulle passe på at han ikke blei overarbeida. Av samme grunn blei det bestemt at han først skulle studere språk og ikke matematikk. Dette gjorde sønnen nysgjerrig, naturligvis, og da han var tolv år, spurte han hva geometrien besto av. Læreren svarte at det var vitenskapen for konstruksjon av nøyaktige figurer og for bestemmelse av forhold mellom deres ulike deler. Pascal, uten tvil stimulert av at han ikke fikk lov til å studere dette ennå, brukte fritida si til nettopp geometri, og på noen få uker hadde han oppdaga mange egenskaper i geometrien på egen hand, spesielt at summen av vinklene i en trekant er lik to rette vinkler.”¹³⁵



Det sies om **Carl Friedrich Gauss**¹³⁶ (1777 – 1855) at han som sjuåring summerte alle naturlige tall opp til 100 på en slik hurtig og elegant måte – han så at de utgjorde 50 par som alle var lik 101 – at lærerne blei klar over hans evner nærmest idet han begynte på skolen. Som elleveåring begynte han på gymnaset, og som femtenåring fikk han stipend for å studere. ”Gauss forlot Göttingen in 1798 uten eksamen, men på dette tidspunktet hadde han gjort en av sine mest betydningsfulle oppdagelser: Konstruksjonen av en regulær 17-kant med passer og linjal. Dette var den mest betydningsfulle oppdagelsen på dette området sia de greske matematikerne.”¹³⁷



¹³⁴ Turnbull Server: Pascal

¹³⁵ TCD, min oversettelse.

¹³⁶ Turnbull Server: Gauss

¹³⁷ GAP, min oversettelse.

Evariste Galois¹³⁸ blei født like ved Paris i 1811 og døde i en duell i 1832. Han blir av



ettertida sett på som en uvanlig dyktig og oppfinnsom matematiker – trass i at han bare så vidt blei 20 år gammel. Hva var det som gjorde ham så dyktig? Helt fram til han var 12 år gammel var det mora som underviste ham.¹³⁹ Foreldrene var ikke spesielt begava innafor matematikk, og det er ingen kilder som hevder at mora lærte ham faget: “Han fikk lov til å være hjemme, nyte det rolige familielivet, og mora fortsatte å være hans, søstera og brorens eneste kilde til utdanning. Han fikk en utmerket opplæring i latin, gresk og retorikk, og det sies at mora

formidla sin egen skeptisisme i forhold til religion, men matematikk blir ikke nevnt.”¹⁴⁰ Når det gjaldt skolegang, var han stort sett en vanskelig elev, både var han i politisk opposisjon og dessuten uten vilje til å følge de regler og normer faglærerne satte opp, verken for oppførsel eller arbeid innafor fagene.¹⁴¹

Srinivasa Ramanujan¹⁴² blei født i 1887 og døde i 1920. Mesteparten av livet levde han i



India, og han fikk ingen spesiell utdanning i matematikk bortsett fra ordinær skolegang. Omkring 1900 startet han sine egne studier av matematiske emner, også dette uten tilgang på lærere eller på rikholdige biblioteker. ”Fordi han mangla formell kompetanse, var det ikke alltid at Ramanujan skilte mellom det formelle beviset og det som var basert på intuitiv eller numerisk sannhet. Hans egen intuisjon og regnetekniske klarsyn og evner tillot ham å beregne og legge fram meget originale og uvanlige

resultater.”¹⁴³ Ramanujan er altså eksempelet på den uskolerte matematikeren som utvikla en intuisjon for tall som knapt noen har kunnet konkurrere med – noen sinne. I enda større grad enn Fermat satte Ramanujan fram formodninger eller påstander han antok at var sanne, uten at han førte bevis for antakelsen. I den første avhandlinga hans, som i alt han skreiv, påviste han sammenhenger mellom ting som ikke så ut til å kunne henge sammen. Andre matematikere

¹³⁸ Turnbull Server: Galois Tegninga er gjort av Galois' bror i 1848.

¹³⁹ Berg 02, side 6

¹⁴⁰ EGA, min oversettelse

¹⁴¹ Infeld 48, side 48 – 51

¹⁴² Turnbull Server: Ramanujan Bildet er egentlig tatt fra et indisk frimerke som i 1975 feira Ramanujans 75-årsdag. Men originalen er passbildet – med løs snipp...

¹⁴³ World of Science Server, min oversettelse.

beviste i ettertid at de fleste stemte. Men Ramanujan brydde seg ikke om å gjøre det, eller han klarte ikke å se vitsen. De bevisene han gjorde sjøl, var skisseaktige eller ufullstendige.¹⁴⁴ Interessant er det også at i de tilfellene der antakelsen hans faktisk ikke slo til, kunne den skarpsindigheten som lå bak, være viktig i matematisk sammenheng.



Andrew Wiles¹⁴⁵ (1953 -) forteller sjøl om en tur på biblioteket i 1963:¹⁴⁶ Han var vant til å lese bøker om naturvitenskaplige problem, og denne gangen kom han over Fermats siste sats.¹⁴⁷ ”Det virket så enkelt, og likevel hadde ikke noen av verdens store matematikere greid å løse det. Her var det et problem som en tiåring kunne forstå, og fra det øyeblikket visste jeg at jeg aldri ville gi meg. Jeg måtte løse det.”¹⁴⁸ Wiles løste problemet i 1994, 31 år etter at han sjøl oppdaga det og 358 år etter at Fermat satte det fram.

Fermat, Pascal, Gauss, Galois, Ramanujan, Wiles – og en mengde andre matematikere – understreker hva slags merkelig makt dette faget får over dem som lar seg fascinere. Slik må det også ha vært i antikkens tid. Fortellinga om de irrasjonale tallene forteller at frykten for dem kunne få pytagoreerne til å begå mord. Historia om Arkimedes som plutselig i sitt badekar ser løsninga på problemet å finne volumet av et uregelmessig legeme og derved blir å løpe naken rundt i gatene, er typisk – sjøl om den kanskje ikke er helt sannferdig. Anekdotene er mange, og de forteller alle om fascinasjonen over et merkelig fag. Et fag som på den ene side er usedvanlig nyttig og anvendelig i sammenheng med de fleste andre fag, både naturfagene, samfunnsfagene, språkfag og ingeniørfag, og på den andre side et reint filosofisk-teoretisk fag som for mange befinner seg i en verden av ideer og perfektjon.

Vi finner naturligvis interesse for faget i vår del av verden også: **Niels Henrik Abel**¹⁴⁹ (1820 – 1829) begynte allerede som 13-åring på skole i Kristiania. Familieforholdene blei etter hvert vanskelige, faren døde tidlig og mora fungerte ikke som noen støtte. Men det er bevart ei

¹⁴⁴ Kanigel 91, side 91

¹⁴⁵ Turnbull Server: Wiles

¹⁴⁶ Singh 99, side 28 – 99

¹⁴⁷ Boka han fant den i var The Last Problem av Eric Temple Bell.

¹⁴⁸ Singh 99, side 28 – 29

¹⁴⁹ Turnbull Server: Abel



”lærebok”, ei lita skrivebok, som faren lagde for å undervise barna i regningsartene. Og Abels tidlige møte med lærer Holmboe¹⁵⁰, som så hans evner og gjorde hva han kunne for å støtte ham, er viktige fakta om en matematiker som sies å ha gitt matematikere noe å arbeide med i 500 år framover, trass i at han døde allerede som 26-åring.¹⁵¹

Det kan dessuten være interessant for vår del å merke oss et par poeng med Abels historie:

- Karakterene utenom matematikk var middelmådige:¹⁵²

I. EXAMEN ARTIUM	
NIELS HENRIK ABEL:	August 1821.
Modersmaalet	3
Latin	3
Latinsk Stil	3
Græsk	3
Tydsk	3
Fransk	2
Religion	3
Historie	4
Geographie	2
Arithmetik	1
Geometrie	1
<u>Hovedcharacter</u>	Haud illaud.

III. EXAMEN PHILOSOPHICUM	
NIELS HENRIK ABEL:	Juni 1822.
Theoretisk Philosophie	2
Praktisk Philosophie	2
Latin	3
Græsk	3
Historie	3
Mathematik	1
Astronomi	2
Fysik { for de matematiske Beviser	1
{ for den experimentelle Deel	3
Naturhistorie	3
<u>Hovedcharacter</u>	Haud illaud.

- Moras rolle var sannsynligvis lite støttende: Anne Marie f. Simonsen skal ha vært meget vakker, men ”aldeles karakterløs”.¹⁵³ Hun blei relativt alkoholisert og hadde tidlig et forhold til en annen mann enn faren, presten Søren Georg Abel.
- Og skolen¹⁵⁴ han gikk på var ikke videre inspirerende før han fikk Holmboe som lærer: ”Matematiktimerne var faa, gjennemsnitlig 3 af de ca. 40 ugentlige undervisningstimer, og undervisningen i dette fag blev givet efter lærerens diktat.”¹⁵⁵

Som en kuriositet kan det dessuten tilføyes at Abel *ikke* var moras førstefødte sønn.¹⁵⁶

¹⁵⁰ Bernt Michael Holmboe (1795 – 1850)

¹⁵¹ Kappabel Server

¹⁵² Holst 02: ”Dokumenter angaaende Abel, side 3 – 4”

¹⁵³ Finne-Grønn 00

¹⁵⁴ Katedralskolen i Kristiania fra 1815

¹⁵⁵ Holst 02, side 8 – 9

¹⁵⁶ Se en seinere kommentar om kjønn

David Kunszenti-Kovacs¹⁵⁷ (1984 -) er en norsk student som har gått på den franske skolen i Oslo og som helt fra han var 12 år gammel har utmerka seg i Abel-konkurransen for elever i videregående skole.¹⁵⁸ I 2003 vant han dessuten den internasjonale matematikkolympiaden som Abel-konkurransen kvalifiserer for. Han sier sjøl at hans matematikkinteresse nok blei vakt da ei tante begynte å forsyne ham med matematiske problemer og nøtter. Med denne tidlige inspirasjonskilden, tanta som også fungerte som lærer, samt den franske skolen, blei han usedvanlig dyktig i å beherske matematiske og fysiske problemstillinger. Sjøl sier han at han er best i tallteori og at han leste universitetspensum i matematikk og fysikk fra han var ganske ung.



Det er ikke meninga å utrope Kunszenti-Kovacs til berømt matematiker, men det er grunn til å minne om at det stadig kommer til nye generasjoner med enkeltpersoner som trass i eller på grunn av bakgrunn og skolegang utvikler helt særegne interesser for og kunnskaper i det merkelige faget matematikk. Legen **Jan Gullberg** (1936 – 1998) var en svensk lege med tilknytning til Norge. Han var ikke matematiker og hadde ingen spesiell matematikkfaglig bakgrunn uten den som krevdes for å studere medisin. Men på et tidspunkt da sønnen hans studerte matematikk i forbindelse med en ingeniørutdanning, snakka de to ofte sammen om matematiske problemstillinger. Og over en tiårsperiode skreiv Gullberg en nydelig guide gjennom matematikkens verden, ei bok¹⁵⁹ på ikke mindre enn 1100 sider.



Det kan være pinlig for en matematikklærer å oppdage at disse kvikke hodene i svært mange tilfelle ikke har fått sin viktigste undervisning på noen skole. I PISA-undersøkelsene poengteres det riktignok samsvar mellom hjemmets kulturelle klima og skoleprestasjoner. Mange av matematikerne jeg har nevnt, har opplevd at noen har brydd seg. Både overivrige

¹⁵⁷ Forskning, April 2003

¹⁵⁸ Grønli 03

¹⁵⁹ Gullberg 97

fedre og mødre har vært på banen. Og i ett av tilfellene ovafor framheves en lærer som har betydd noe spesielt.¹⁶⁰ I mange tilfelle er det nysgjerrigheten som har vært drivkrafta, og det fins studier av originalskrifter som har stimulert dem. Relativt overraskende er det at matematikere utmerker seg i svært ung alder. Det er muligens noe barnlig over matematisk undring og forskning.¹⁶¹ Kanskje tar jeg for hardt i, men jeg tror faktisk det må et emne som matematikk til for å få legmenn til å gjennomføre slike prosjekter som Jan Gullbergs. Og jeg tror det er noe med emnet som får folk til å prøve å løse all verdens matematiske problemer, både de umulige og de som vi veit har ei kjent løsnig, slik romanfiguren til Apostolos Doxiadis demonstrerer.

¹⁶⁰ Holmboe har pga. sin støtte til Abel – og muligens andre – fått en matematikkpris oppkalt etter seg.

¹⁶¹ Selmer 91: Ralph Tambs-Lyche (1890 – 1991) blir beskrevet med det engelske uttrykket "A mathematician lives long, and dies young."

Begavete studenter

Om begavete studenter, om motivasjon og om identifisering av dyktighet, om ulike undervisningsopplegg og om spesielle skoletilbud.

Norsk språk bruker begrepet *begavet* om de dyktige. Ordet brukes slik også på engelsk: *Gifted*. Egentlig er det et overraskende begrep i vår materialistiske tid. Begrepet baserer seg på trua på at dyktighet og intellektuelle evner er en gave, altså gitt av noen eller noe. På norsk kunne vi sagt *dyktig* eller *flink*, men dette er adjektiv vi stort sett ikke benytter. På engelsk benyttes imidlertid ordet *able*, altså det å mestre, som en velegna beskrivelse – men noe slikt mangler på norsk.

4. til 11. juli 2004 blei det avholdt en internasjonal matematikkonferanse¹⁶² i København, Danmark: The 10th International Congress on Mathematical Education. Målet til denne konferansen var å vise hva som skjer i matematikkundervisning verden over, både innen forskning og innen undervisning, utveksle informasjon om verdensomspennende problemer innen matematikkundervisning og lære av nye resultater fra matematikk som fag. Og ett av seminarene hadde som mål å samle “teachers, mentors and researchers who are interested in how gifted students can be challenged and encouraged in mathematics.”¹⁶³ Planen var å analysere hva som foreløpig var blitt gjort med og for *begavete* studenter for å foreslå retningslinjer for framtida. På dette seminaret blei det presentert ulike innfallsvinkler i arbeidet med begavelser innafor matematikk. Og en del konklusjoner kan kanskje illustrere hvilke spørsmål man stiller seg og kan stille seg i dette arbeidet.

Motivasjonsfaktoren blei nevnt som spesielt viktig: Vi regner vel med at ei forutsetning for å lykkes i et fag er at man innehar en stor grad av motivasjon. Denne motivasjonen vil igjen føre til økt aktivitet i arbeid med faget. Men det er ikke nødvendigvis noen sammenheng mellom grad av aktivitet og suksess i faget, var en av konklusjonene.¹⁶⁴ Et annet innlegg diskuterer samarbeid mellom lærer og student i arbeid med å finne løsninger på matematiske problemer som ingen av dem egentlig veit om det fins svar på. Dette er – i alle fall i

¹⁶² ICME 04

¹⁶³ TSG4 04

¹⁶⁴ Lazarov 04

skolesammenheng – sjeldne situasjoner. Og konklusjonen på dette eksempelet er at slikt samarbeid er både fruktbart og lærerikt for studenten – og for læreren, får vi tro.¹⁶⁵

Om å hjelpe og finne de flinke: I norsk skoledebatt har det ofte vært sagt om de flinke elevene at de alltid klarer seg godt, nettopp fordi de er så kloke. Dette har vært sagt blant annet for at manglende ressurser i skolen først og fremst skal kunne styres mot dem som virkelig sliter. På den annen side er det naturligvis *noe* sannhet i utsagnet. I 1980 slo imidlertid ”The National Council of Teachers of Mathematics”¹⁶⁶ fast at *the student most neglected in terms of realizing full potential, is the gifted student of mathematics*. Likevel står det igjen et vesentlig problem:¹⁶⁷ Hvordan skal vi finne disse begavelsene? For de er faktisk ganske vriene å identifisere gikk det fram av flere innlegg.¹⁶⁸ Et utgangspunkt som vi lett kan relatere til enkelthistoriene om de spesielle matematikkbegavelsene jeg har presentert ovafor, er at matematisk begavelse opptrer tidlig. Men innlegget hadde en del spennende og overraskende konklusjoner:

- Karakterer viser ikke at et barn er begavet.
- Barn som ikke lykkes på skolen, er ikke nødvendigvis uten evner.
- Det viktigste poenget ved begavelse er kvaliteten på tenkninga, og denne fanges ikke alltid opp eller oppdages av lærere eller skolearbeid.
- Trass i at begavelser ikke oppdages, er mange av skolens aktiviteter fruktbare for den begavete.
- Både gruppetrening og individuell trening kan høyne denne kvaliteten.
- Utforskende pedagogikk er fruktbart som metode.
- Undervisning har ofte motsatt effekt av den ønskede: For å nå målene, det lærer ønsker at eleven skal lære, hopper man over forutsetningene og berøver eleven for muligheten til å forstå.¹⁶⁹
- Når læreren underviser i metode, lærer ikke eleven det som skal til for å kunne bruke metoden utover akkurat det den skal brukes til der og da.¹⁷⁰

¹⁶⁵ Lee 04

¹⁶⁶ Sitert etter Gavin 04

¹⁶⁷ Gavin 04

¹⁶⁸ Freiman 04

¹⁶⁹ Brousseau 97

¹⁷⁰ Shchedrovitskii 68

- Og undervisning som griper tak i elevens tankegang og justerer den, virker mot sin hensikt.¹⁷¹

En konklusjon når det gjelder å forstå de begavete elevene, er å starte tidlig med opplæring, gi stimulerende spørsmål – og ikke svar, oppmuntre og legge vekt på kompleksitet og komplekse oppgaver. Da treffer man dem hjemme.

Praktiske eksempler: En annen og ikke ulik pedagogikk¹⁷² overfor de begavete dreier seg om å la studentene sjøl produsere matematikk og stoff om matematiske emner for et både bredt og smalt publikum. Derved gjøres egentlig studentene til forskere og eksperter før de formelt sett er blitt det. Ett annet poeng i denne sammenhengen¹⁷³ er å aktivt demonstrere tankegangen med algoritmer som grunnlag for svært mye matematikk i en større sammenheng: Bruk av internett både i rolla som formidler og som konsument gir studenten denne forståelsen nærmest gratis. Polyformer – for eksempel polyminoer som brukes i norske skoler – blei presentert¹⁷⁴ som spesielt brukbart i arbeid med begavete studenter. Og den vesentligste grunnen er at det fins så få beskrivelser av løsninger.

Flere understreker vellykte undervisningsformer: Å la studenter presentere stoff for andre,¹⁷⁵ er – ikke overraskende – god pedagogikk. Under arbeidet blir forståelsen bedre og dypere enn når man bare leser stoffet på egen hand eller mottar passivt.

Et spesielt eksempel er sammenhengen mellom musikk og matematikk:¹⁷⁶ Denne type sammenhenger anskueliggjør først og fremst forholdstall, men gir dessuten forståelse for historiske sammenhenger og tverrfaglige problemstillinger – som kanskje først og fremst har nytte for de spesielt begavete. Skjønt sammenhengen burde egentlig være et knep for å få dem som ikke forstår forholdstall umiddelbart, til å forstå...

¹⁷¹ Sierpinski 94

¹⁷² Deutsch 04

¹⁷³ Chumak 04

¹⁷⁴ Cibulis 04

¹⁷⁵ Körtesi 04

¹⁷⁶ Abdounur 04

På seminaret blei det også presentert **spesialskoler** for begavete studenter i Russland.¹⁷⁷ Det russiske eksemplet starta i 1963, og bortsett fra at elevgrunnlaget var – og er – svært eksklusivt, er undervisninga ganske tradisjonell. Oversetter vi dette til norske forhold, vil nok kritikere av det tidligere gymnaset kalle den *svært* tradisjonell. Undervisningsforma for disse begavete elevene baserer seg dessuten på konkurranser og på spesielle pristevlinger. Et tilsvarende ”superskole-prosjekt” fra Japan¹⁷⁸ blir sagt å være spesielt motiverende.

Og enda et tilsvarende undervisningsopplegg, *Mofet Science Class*¹⁷⁹, fra Israel søker også å styrke naturfagene. MOFET blei etablert 1992 av immigranter som ønska å undervise i de “eksakte vitenskapene” i Israel. Matematikk og fysikk skulle presenteres som et språk basert på vitenskapelig logikk og faga skulle utvikle kreativ tenkning. Viktige poeng er spesialisering og motiverte elever. I Israel er klassene i utgangspunkt sammensatt, men krava til Mofet-elever gjør at disse klassene knapt kan kalles heterogene: ”MOFET course is elective and prestigious. Course demands are strict. (...) Emphasis is placed on teamwork rather than on individual achievement.” Og elevene møter strenge krav: “ Students with high levels of motivation. Students with scientific orientation. Students without exceptional behaviour problems, who are willing to make a commitment to comply with academic demands and disciplinary regulations.” Undervisninga er ikke revolusjonerende i sin metodikk: “Combination of frontal teaching and group study, with emphasis on student’s unique problems. Course develops students’ thinking and study skills. Interim testing enables us to keep track of the personal progress of each student and serves as an important component of feedback provided to students. (...) Frequent testing to determine level of knowledge and develop self-awareness.”¹⁸⁰

Møte med andre tradisjoner, andre lands undervisningskultur kan dessuten lære oss noe nyttig: Ei sammenlikning mellom Japan og Bulgaria¹⁸¹ understreker at det legges ulik vekt på algebraiske kontra grafiske løsninger, på mengde av arbeid for å drille inn teknikker og metoder, på tallbehandling i motsetning til bruk av kalkulator, på pugg og på geometri. Og internasjonale undersøkelser kan for eksempel gi svar på hvor vellykka de ulike læringsstrategiene er i et større perspektiv.

¹⁷⁷ Chasovskikh 04

¹⁷⁸ Kakihana 04

¹⁷⁹ Levit 04

¹⁸⁰ http://www.mofet.org/mofet_pres.ppt (30.august 2005)

¹⁸¹ Kawasaki 04

En psykologisk undersøkelse¹⁸² fra USA har tatt for seg 320 ungdommer over en tiårsperiode. Alle hadde en IQ på over 180. Undersøkelsen hadde som mål å finne ut hva slags potensiale disse 13-åringene hadde og hvorvidt de klarte å omsette evnene sine i noe fruktbart. Videre var det et mål å finne ut om det var mulig for eksempel skolevesenet å hjelpe dem med å utnytte sine muligheter. Utfra tester blei gruppa delt i tre: De med de klart sterkeste evnene i matematikk, de med de klart beste verbale evnene og de som ikke utmerka seg mer på det ene enn på det andre feltet.¹⁸³ Disse elevene fikk i stor grad spesielle tilbud i skolen. Et poeng var å la dem komme raskere gjennom skolegangen enn sine jamnaldrende. Mange tok avanserte fag, kurs og eksamener (82 %), noen hoppa over klasser (49 %), noen tok kurs på høgere skoleslag (37 %), noen tok spesielle kurs (44 %), hadde egne lærere (25 %) eller starta på college tidligere (19 %) enn de egentlig skulle. Og det var en tendens til at gutter hadde mer hastverk enn jentene. I ettertid er de fleste tilfreds (71 %) med dette økte tempoet, og de misfornøyde er egentlig misfornøyd med at de ikke fulgte et høgere tempo enn de gjorde. Fra et norsk ståsted har vi en naturlig skepsis til de sosiale forhold slik akselerert utdanning påfører elevene. Og spesielt vil vi være skeptisk til at unge gutter – som gjennomsnittlig har en lavere sosial alder enn jentene – skal gå i klasse med eldre. Men denne undersøkelsen viser at disse elevene var fornøyd med sin egen sosiale og emosjonelle utvikling. Et annet poeng vår norske bakgrunn vil holde fram, er at realfaga får en unaturlig stor prosent av ungdom som gjennomgår denne type utdanning, særlig fordi de humanistiske faga trenger mer modning og mer tid. Men undersøkelsen fra USA viser at den delen som var relativt sett best i matematikk, foretrakk matematikk-relaterte studier mens de verbalt sterkeste faktisk foretrakk humanistiske fag: Enkelteksemlene romma både forfattere og musikere og musikkprodusenter. Undersøkelsen konkluderte med at disse ungdommene i eksepsjonell grad tok seg lang utdanning. Da de blei undersøkt som 23-åringer, hadde 12 % allerede doktorgrad mens over halvparten hadde planlagt det. Og studentene med denne bakgrunnen søkte nesten uten unntak til de universitetene i USA som har størst prestisje – og kanskje de beste lærerkreftene.¹⁸⁴ Ellers har disse elevene ”normale” ønsker for livet, bortsett fra at yrket har en viktig plass, kanskje en viktigere enn for gjennomsnittet av befolkningen. De mannlige og de med matematisk interesserte var dem som var mest opptatt av et innbringende yrke, av penger.

¹⁸² Lubinski 01

¹⁸³ Men alle de 320 er naturligvis svært dyktige på begge områdene.

¹⁸⁴ Harvard, Stanford, Berkeley og M.I.T. fikk halvparten av de som var registrert som studenter på doktorgradsnivå.

I mange debatter omkring skole har det vært sagt at de flinkeste har et problem med å få utnytta sine evner. I norsk skole har vi trøsta oss med at de som er så flinke, er også flinke til å greie seg godt, men vi har også hørt en del enkeltksemppler på at elever med gode evner har underprestert for å klare å overleve i skolen: Både sosialt og i forhold til lærerne. Denne undersøkelsen viser at frykten for at de med best evner ikke skal få utnytta dem, er ubegrunna. På den annen side dreier undersøkelsen seg om elever som har fått tilbud om et akselerert opplegg.¹⁸⁵ Et kuriøst initiativ¹⁸⁶ fra en norsk 12-åring kan illustrere noe av dette:

Til: Johan F. Aarnes, Leder Norsk Matematikkråd

"Vår lærerinne i barneskolen i faktafag har alltid sagt at alt skal læres med lek og skal være gøy og ingenting skal pugges og at det sosiale er viktigst. Ingen skulle lære mer enn andre. Det har alltid vært lett å se at hun ikke har selv likt matematikk, naturfag etc. Hun har alltid sagt at disse fagene er tunge og vanskelige og sukket dypt. Disse timene har vært flittig brukt til andre fag som hun syntes var viktigere, som å lære seg å opptre som modell, å lære Beatles sanger, danseopplæring eller lignende ting. Mye av tiden har gått med til prosjekt, men alt skal være gøy. Resultatet var at vi diskuterte helt andre ting og mange vandret rundt i klasserommet og forstyrret andre. Vi som var mer rolige måtte passe på for å ikke bli stukket av blyanter, at noen reiv bort stolen, skubbet til meg, eller få stygge kommentarer fra andre. Det har vært helt forferdelig slitsomt og har vært et mareritt for meg. Resultatet er at jeg har gjort mest hjemme. Da vi hadde vanlig matematikk ble undervisningen stoppet etter kort tid når noen ville ha kosestund. Da skulle vi gå bak i klasserommet og sette oss i sofaen. Der snakket vi om popmusikk og snop etc. Jeg ikke er så flink til å med å være sosial med de andre og jeg liker ikke å sloss eller snakke stygt etc, men elsker å lese bøker og arbeide med datamaskin eller gå fjellturer. Når jeg da valgte å sitte å gjøre matematikk oppgaver fikk jeg alltid kjeft av læreren. Hun og de andre lærerne sa alltid at det sosiale var viktigst. Etter min mening er det de mest dominerende og mest aggressive som får utfolde seg på de andre elevenes bekostning. Ellers ble undervisningen i alle fag stoppet når noen også har helt utenomfaglige spørsmål vanligvis om popmusikk og kjendiser... og jeg fikk ikke lov til å

¹⁸⁵ Vi må riktignok være klar over at akselererte tilbud ikke nødvendigvis er skreddersydde: Å hoppe over et trinn, lese pensum på universitetsnivå eller ta spesielle kurs i tillegg til vanlig skole, er ikke nødvendigvis god pedagogikk.

¹⁸⁶ Dette blei en større mediasak i Norge i 2001

*arbeide videre med matematikk oppgaver siden alle skulle følge med og ingen skulle komme lenger enn andre."*¹⁸⁷ (Utdrag)

Det kan høres svært elitistisk – og unorsk – ut å konsentrere seg bare om de begavete. Og mange av løsningene og forslagene til løsning – slik de er skissert ovafor – er umulige å gjennomføre i vårt land, eller i Nord-Europa. Én interessant konklusjon er likevel at arbeid med begavete elever godt kan gi oss erfaringer til arbeidet med gjennomsnittlige elever. Og omvendt.¹⁸⁸

¹⁸⁷ Kluge 01

¹⁸⁸ Saul 04

Hva vil det si å være flink i matematikk?



189

Om matematisk vs. annen dyktighet, nasjonal dyktighet, alder, om matematikk vs. naturfag, matematikkens filosofiske karakter, om tankeprosesser, om logikk vs. intuisjon, variasjoner i tenkesett, problemløsning, strategier og om overføringsverdi.

Flinkhet er et relativt problematisk begrep. "Har man det ikke i hodet, har man det i beina", heter det med et kjent norsk fyndord. Så enkelt er det naturligvis ikke. Arbeidet i skolen har gjort det klart for ganske mange pedagoger at den eleven som er flink i ett fag, gjerne er det i andre også. Samt at den som lykkes i idrett, gjerne også har en god porsjon intelligens. Av og til kan det riktignok se ut som om noen er typiske realister og noen er typiske filologer. I lys av dette skal jeg prøve å finne svar på hvilke egenskaper som kan knyttes til matematisk intelligens eller matematisk dyktighet.

Når vi beskjeftiger oss med matematikk, snakker vi om et skolefag, og skolefag måles med karakterer og andre mer eller mindre gode vurderingsformer, både formelle og uformelle. Karakterene relaterer seg til en landsgjeldende normalfordeling for dem som kommer opp til offentlig eksamen. I tillegg blei det tidligere gjennomført normerende prøver i grunnskolen, og i våre dager testes elever etter nye, nasjonale prøver.¹⁹⁰ Alle disse vurderingene skulle kunne avsløre hvem som er flinke i fagene. Likevel er det ei form for sosialdemokratisk – eller generelt demokratisk – holdning som fører til at flinkhet i skolefag egentlig ikke skal vises fram i vår kultur. Dette er annerledes i andre kulturer. I norsk sammenheng ønsker vi en enhetsskole, en skole for alle der alle lykkes, og i bunnen ligger slagorda *likhet* og *brorskap* som små anstøtssteiner mot at begavelser offentliggjøres. Dette har aldri ramma idrettsprestasjoner, men vi husker naturligvis ennå idealene i norsk masseidrett og

¹⁸⁹ Watterson 91 – Bind 5, side 102

¹⁹⁰ Se ovafor.

olympiadens ultimate slagord: Det viktigste er ikke å vinne, men å delta. Derfor er flinkhet en problematisk egenskap. Vi ser den som problematisk når duksene framstilles som livsfjerne nerder som bare er opptatt av skolefag.¹⁹¹ Og vi ser det i debatten om hvorvidt skoleverket er i stand til å stimulere elever med spesielle evner. Mange skildringer av kjente intellektuelle legger vekt på at de blei oppdaga¹⁹², og ofte er det ikke lærer eller foreldre – de en skulle tro var nærmest til det – som gjør oppdagelsen, men et tilfeldig bekjentskap.

En merkelig side ved matematiske begavelser er at de ofte gjør sine oppdagelser svært tidlig, og at de allerede i ung alder behersker faget til fulle. Dette kan minne om musikalske vidunderbarn, og er helt ulikt historia innafor andre fag.¹⁹³ Det kan nesten se ut som ei form for musikalitet for matematikk, en slags **matematikalitet**. Og det overraskende er at det ligger relativt korte studier bak en del skjellsettende oppdagelser. Dette må skyldes en spesiell side ved det matematiske systemet som strengt og logisk bygd opp. Og så snart du ser disse strengt logiske byggesteinene og veit å følge regelverket, har du fått en oversikt som lar seg utnytte på alle felt innafor matematikk.¹⁹⁴

Matematikk sees på som et realfag eller naturfag. Grunnen er naturligvis at faget tradisjonelt har vært et godt hjelpemiddel i studier av naturen og naturfenomen. Etter framveksten av samfunnsfagene og til og med visse språkstudier har dette endra seg. Matematikk kan være et utmerka basisfag på de fleste fagområdene vi kjenner til.

Denne sammenhengen gjør at det kanskje ikke er naturlig å se på matematikk som et realfag. Faget hører kanskje nøyere sammen med filosofiske fag enn med noen andre fag. Matematikk er en reint menneskelig konstruksjon som ikke har noe eget liv utover det reint abstrakte. At anvendelse av matematikk er konkret, nyttig og i mange tilfelle utløsende faktorer for utvikling av matematikken som filosofi, er en annen sak, men det endrer ikke fundamentet i den kjennsgjerning at matematikk i seg sjøl har en egen verdi; ”l’art pour l’art”-ideen passer utmerka for mye av matematikernes arbeid. Et godt eksempel er jakta på primtall som i klassisk sammenheng var totalt unyttig, men likevel ett av hovedfeltene for matematikere.

¹⁹¹ Til og med i film fra USA der man er flinkere til å dyrke intellektuelle ferdigheter enn i vår del av verden.

¹⁹² Abel trengte sin Holmboe, Ramanujan sin G. H. Hardy og Jens Bjørneboes romanfigur *Jonas* fikk hjelp og støtte av en jungmann.

¹⁹³ I andre fag er det ofte lang erfaring, egne publikasjoner og stillinger i det offentlige rom som kjennetegner begavelsene.

¹⁹⁴ Doxiadis 01: Apostolos Doxiadis reflekterer over dette i romanen *Onkel Petros og Goldbachs formodning*.

Matematikkens natur er altså ikke den samme som naturfagenes. Den matematiske hjernen er ikke nødvendigvis hjernen til en biolog eller kjemiker. Men hva er den? Det fins ikke all verdens studier av hvordan **matematiske hjerner** virker.¹⁹⁵ Klassikere – blant de få studiene som fins – er matematikerne Poincaré¹⁹⁶ og Hadamard¹⁹⁷. Tidlig blei det hevda at det var to åpenbart ulike typer hjerner eller måter å bruke hjernene på hos de store matematikerne. Den ene metoden bygger på logikk: Når man leser verkene etter slike matematikere, får man inntrykk av at de har kommet til sine resultater med bitte små skritt som alle er fullstendige og som ikke har det minste hull i resonnementene. Den andre metoden styres av intuisjon som gjør raske, men noen ganger prekære erobringer, på kanten av det tillatte.¹⁹⁸ En norsk stormester i sjakk¹⁹⁹ sier noe liknende når han beskriver forskjellen mellom menneske og maskin i sjakkens verden: ”De beste sjakkprogrammene spiller i dag jevnt med verdens aller beste spillere. Mennesket er overlegent på intuisjon, mens maskinen er formidabel til å regne varianter. Likevel spiller de sjakk på omtrent samme nivå.”²⁰⁰ Poincaré²⁰¹ peker på Weierstrass²⁰² som eksempel på en analytisk, logisk metode mens motpolen Riemann²⁰³ brukte geometri som illustrasjon og hjelpemiddel. Konklusjonen hans blir blant annet at den ene er ute av stand til å se i rommet, og den andre går trøtt av de lange utregningene. I en annen språkbruk er det vel rimelig å se på skillet mellom forståelse som en lang prosess med mange blindveier og bomskudd og de utrolige aha-opplevelsene som ser ut til å komme fra intet – men som i de fleste tilfelle også er resultater av prosesser, om enn ikke så bevisste som andre resonnementer. I mange tilfelle vil problemløserens evne til å generalisere, syntetisere og abstrahere være avgjørende. Og de som behersker disse teknikkene – alle tre – vil ha alle forutsetninger for å lykkes i faget. En egenskap som er mer vrien å beskrive eller fange inn i velkjente begreper, er kreativitet, evnen til å skape nytt på grunnlag av det kjente. Aha-opplevelsen er en slik kreativ virksomhet, men den kan naturligvis være langt mer bevisst og resultat av målbevisst arbeid enn den synes.

Når en skal angripe et problem, skjer nok dette på ulike måter, avhengig av problemstilling og av problemløserens kunnskaper og fantasi. Pedagoger, matematikere, lærde foreslår gjerne

¹⁹⁵ Dreyfus 91, side 29

¹⁹⁶ Poincaré 13

¹⁹⁷ Hadamard 45

¹⁹⁸ Poincaré 13, side 212, 215 og 220

¹⁹⁹ Simen Agdestein (1967 –)

²⁰⁰ Agdestein 05, side 39 - 40

²⁰¹ Jules Henri Poincaré (1854 – 1912)

²⁰² Karl Weierstrass (1815 – 1897)

²⁰³ Bernhard Riemann (1826 – 1866)

metoder som ikke er så ulike: Forstå problemet; utvikle en plan; gjennomføre planen og se tilbake på det du har gjort²⁰⁴. Eller: Sett i gang; angrip; (re)vurder²⁰⁵. Eller sagt på enda en annen måte: Overbevis deg sjøl; overbevis en venn; overbevis en fiende²⁰⁶.

Forskning har vist at begavelse innafor matematikk kan knyttes til en analytisk evne.²⁰⁷ Begavede studenter isolerer, vurderer og systematiserer de ulike elementene i en problemstilling. I tillegg til denne analytiske tilnæringsmåten absorberer de problemene på en såkalt syntetisk måte: I tillegg til enkeltelementene ser man også sammenhenger og kompleksitet. Sann begavelse arbeider så raskt på sin analytisk-syntetiske måte at det faktisk kan være vanskelig å se og oppfatte hva som foregår. Evnen til å se generelle sammenhenger er påfallende i tillegg til evnen til å skifte fra den ene til den andre metoden. De mentale prosessene virker svært fleksible, og evnen til å ane at man er på rett spor, er godt utvikla.

Vi kan ikke knytte begavelsen til noen overlegen eller noen høgere form for hukommelse. Men en matematisk hukommelse er sterkt selektiv og knytta til den generaliserte problemstillinga som studeres. En studie av ti begavede studenter²⁰⁸ gir likevel langt mer varierende svar: Noen lærer best gjennom en verbal tilnærming, noen gjennom visualiseringer og noen svarer at det varierer med situasjonen og læringsstoffet. Noen lærer best gjennom individuelle studier, noen best av sosiale settinger, noen diskuterer stoffet best med seg sjøl og noen liker kombinasjoner av ulike metoder. Og noen begavede studenter synes det er hardt å tilpasse seg ukjente undervisningsmetoder sjøl om de faktisk klarer å tilpasse seg. Trass i at det fins grunnleggende likheter hos de vellykka matematikkstudentene når det gjelder behandling av ei problemstilling, er behovene når det gjelder læringsmiljø svært forskjellige. Det er rimelig å trekke konklusjonen at det kan fins viktige mentale forskjeller og ingen fellesnevner hos personer som er ”født matematikere”.²⁰⁹

Den noe banale konklusjonen blir derved: Det fins ikke noe godt svar på hvordan den matematiske hjernen arbeider. Det fins i stedet mange ulike metoder som kan beskrives enkeltvis. Likevel: Det kan se ut som om matematisk **forståelse** best beskrives som ei utvikling eller læreprosess i flere trinn, uansett hvilken enkeltmetode som benyttes på hvert

²⁰⁴ Polya 45, side xxxvi – xxxvii og side 5 – 23

²⁰⁵ Mason 82, side 18

²⁰⁶ ibid. side 20

²⁰⁷ Krutetskii 76, side 227 – 228

²⁰⁸ Dahl 04b

²⁰⁹ Hadamard 45, side 11

enkelt trinn.²¹⁰ Man starter med *primitiv kunnskap*, enkle sammenhenger. Denne kunnskapen anvendes deretter på nye måter, man reflekterer og *lager bilder*. Man har derved kommet opp på et nytt nivå der man *eier bildene* eller ideene. Nå er man klar til å *oppdage egenskaper* ved disse nye forestillingene. Trinn tre vil da være å *formalisere* og abstrahere kunnskapene. Derved er det mulig å *observere* andre områder der disse kunnskapene fungerer. Fjerde trinn *strukturerer* slik at vi har nådd fram til en ny teori. Og det eneste som står igjen i prosessen vil være å anvende teorien på *nye måter* og områder. Gjennom en slik prosess der man opplever alle trinn, vil man ende opp med full kontroll over stoffet – og vellykka læring.

Problemløsning i matematikk kan også beskrives som en trinnvis prosess som kan beskrives slik.²¹¹ Først *erkjenner* man problemområdet og *avgrenser* slik at det er mulig å foreta en matematisk behandling. Deretter *forenkler* og *idealiserer* man situasjonen; dette er nødvendig for å kunne matematisere problemet, altså tilpasse det til matematiske begreper. Så velger man *metoder* som er akseptable innafor et matematisk univers slik at man kan trekke *konklusjoner* som stadig er matematiske. Matematiseringa fører til at en kan *regne* ut svar innafor modellen. Og til slutt skal en trekke konklusjoner som har gyldighet utover det matematiske; dermed må man *reflektere* over modellens funksjonalitet og avgjøre om resultatene er *valide*.

Det ligger et åpenbart motsetningsforhold i mye matematikkdiridaktikk. Tilsvarende motsetning fins innafor andre fagområder, men den virker mer tydelig i matematikken, muligens fordi matematikk i seg sjøl er totalt abstrakt og å likne med filosofi og andre overbygninger. En matematikklærer kommer alltid til et punkt hvor han spør seg sjøl: Skal jeg få dem til å forstå, eller skal jeg holde meg til metode og ikke noe mer? Skal vi lage kokebøker, eller skal vi gå vegen om bevisføring og gi svar på hvorfor? Gauss illustrerer problemstillinga godt i sin egen anekdote fra han som sjuåring²¹² søkte etter strukturen i et problem. Han skulle legge sammen de første 100 naturlige tallene ved hjelp av et mønster mens de andre i klassen summerte rett fram – og fant svara de også. Vi kan tenke oss tre ulike **strategier**:²¹³ En er reint *operasjonell* der en utfører operasjonen etter reglene, men ikke reflekterer på hvorfor. En annen er *strukturell* men basert på reglene, operasjonene: Man følger reglene men veit også hvorfor de fører fram. Den tredje er strukturell uten synlig basis i

²¹⁰ Pirie, side 170 – 172

²¹¹ Björkqvist 03, side 56 – 57

²¹² Se avsnittet om Gauss

²¹³ Sfard 91, side 5

det operasjonelle. Vi kunne kalle den *intuitiv* eller kvalifisert gjetting. Metoden er effektiv under utvikling av en idé, for eksempel et teorem.

Matematikk kan se ut som et enkelt fagområde der alt følger logisk på hverandre, og der man ikke egentlig skal være kreativ, men bare benytte et utvetydig regelverk. Likevel fins det i alle fall én egenskap ved faget som oppfattes som vanskelig, og der veldig mange matematikkløvere faller av:²¹⁴ En matematisk prosess – som for så vidt kan være rimelig grei å forstå – kan i neste øyeblikk opptre som et matematisk objekt. Og derved utvider den i utgangspunktet begrensningen omkring en prosess seg til helt andre dimensjoner.

Jeg har tidligere sagt at matematikken i seg sjøl er et rimelig enkelt emne fordi det er så logisk stringent og alltid følger de samme reglene. Med eksempler fra matematikere opp gjennom tidene kan en hevde at matematikk er barnslig enkelt, om en viser til sjuårige Gauss, 16-åringen Pascal eller 23-åringen Galois. Likevel er den matematiske læringen altså forbløffende kompleks.²¹⁵ Dette dokumenteres lett av resultatene i skolematematikken: Forskjellen mellom prestasjonene i dette faget er – så langt jeg klarer å bedømme det – større enn forskjellene i mange andre fag. Og noe av årsaken kan være forholdet vi så på ovafor: At en prosess blir brukt som et objekt.

I forslaget til den nye læreplanen²¹⁶ for norskfaget i grunnskolen og i den videregående skolen står følgende: ”*Regneferdigheten* og språkkompetansen har mye felles når det gjelder begrepsutvikling, logisk resonnement og problemløsning, og når det gjelder forståelse for form, system og komposisjon. Dermed har også grunnleggende regneferdigheter en indirekte betydning for utvikling av norskfaglig kompetanse.”²¹⁷ I vår tid har fokus vært satt så til de grader på realfag og matematikk i skolen at et slikt klart politisk standpunkt måtte komme – også i morsmålsfaget. Men er det riktig? I hvilken grad har matematikk- og naturfagkompetansen grensesprengende egenskaper? Rapporten om PISA 2003²¹⁸ har noe av de samme synspunktene: ”God leseforståelse, forståelse av kvantitativ informasjon og resonnement, analytisk resonneringsevne og grunnleggende kompetanse i naturfag danner en viktig basis for å tilegne seg kunnskaper og for å kunne bruke disse i konkrete

²¹⁴ Niss 03, side 355

²¹⁵ Niss 03, side 350.

²¹⁶ Kunnskapsløftet 2005 – gjennomføres fra skoleåret 2005/06

²¹⁷ Utdanningsdirektoratet 04, side 92

²¹⁸ Kjærnsli 04

sammenhenger, det være seg i utdanning, i arbeidsliv eller i søken etter en meningsfull fritid eller en dypere mening i livet²¹⁹, er en konklusjon på PISA 2003-rapporten, og den har til hensikt å poengtere at PISA 2003 er en svært grunnleggende beskrivelse av norsk ungdom. Jeg har sagt tidligere at jeg ikke er umiddelbart ikke enig i dette synspunktet, men jeg skal ikke av den grunn gjøre PISA- eller TIMSS-undersøkelsene uviktige.

²¹⁹ Kjærnsli 04, side 253

TIMSS og videostudier av undervisning

Om japansk, tysk og usansk²²⁰ undervisningspraksis, om undervisninga og timenes status, om forskningas plass og mangel på plass, om metodikk og forbedring, læringsmetoder, lærerens plass, om lærertyper og om dramatiske avvik mellom forventet og virkelig resultat i norske skoler.



221

En beskrivelse²²² av første TIMSS-undersøkelse²²³ plasserer østeuropeiske land og land som Japan og flere andre østasiatiske land på toppen av skalaen når det gjelder matematikkprestasjoner. Og det viser seg at verken lærertetthet, timetall eller mengder lekser hadde betydning for denne rangeringa. Suksessen lå og ligger i stedet muligens forankra i landenes underliggende normer og skjulte læreplan. Noen momenter som kunne ha betydning i matematikkundervisninga, var samfunnenes vekt på disiplin og på at visdommen følger med alderen, det vil si at visdom og alder har en egenverdi som samfunnsnorm. Derved er lærerens rolle i klasserommet knytta til status og til eviggyldige sannheter som i seg sjøl virker både disiplinerende og motiverende. Likevel var det et spesielt poeng som hadde gjort inntrykk – i følge denne beskrivelsen: Undervisningsmetoden og lærernes timer kunne være små kunstverk i foredrag, kåserier og pedagogisk metode.

Det fins en undersøkelse²²⁴ som likevel prøver å forklare forskjellen på undervisning som årsaker til forskjellige resultater. Studien omfatter Japan, Tyskland og USA, og et stilisert inntrykk av forskjellene blei presentert slik av en professor i didaktikk: "In Japanese lessons, there is mathematics on one hand, and the students on the other. The students engage with the

²²⁰ "usansk" er et forsøk – ikke mitt – på å finne et brukbart adjektiv til USA. "Amerikansk" er naturligvis sterkt misvisende og fornærmer hele Latin-Amerika og Canada.

²²¹ Watterson 91 – Bind 3, side 194

²²² I en Newsweek-artikkel fra 1990-åra som tok for seg første runde i TIMSS-undersøkelsene

²²³ TIMSS 95

²²⁴ Stigler 99

mathematics, and the teacher mediates the relationship between the two. In Germany, there is mathematics as well, but the teacher owns the mathematics and parcels it out to the students as he sees fit, giving facts and explanations at just the right time. In U. S. lessons, there are the students and there is the teacher. I have trouble finding the mathematics; I just see interactions between students and teachers."²²⁵

Undersøkelsen jeg refererer fra har et synspunkt som ønsker å sette skolen i USA i sentrum. Bakgrunnen er ønsket om å sammenlikne for å leite etter og finne forbedringspotensiale. Inntrykket mitt fra denne undersøkelsen er at skolehverdagen i USA kan likne den norske.

Synspunktene nedafor er henta fra denne videostudien: Et viktig poeng for undersøkelsen er at det ikke er læreren og kompetansen hans eller hennes, men sjølve undervisninga som er den kritiske faktoren. Videre hevder den at undervisning er en kulturell aktivitet og derved svært forskjellig i ulike land. Alle kjente endringer i undervisning foregår på en overflatisk måte. Sammenlikninga jeg refererer til, knytter seg til TIMSS 1995 der snittet for 8. klasse i hele undersøkelsen var 511. Japan var høytpresterende med 605, Tyskland middels med 509 og USA noe under med 500. Klasserommene i de tre landene var svært like, timene like lange, men japanske klasser hadde ca. 37 elever, Tyskland og USA 25 i snitt. I Japan var læreren minst aktiv: Studentene utvikler egne, avanserte prosedyrer for problemløsning og problemløsninga var strukturert. I Tyskland eier læreren matematikken, som er avansert; undervisninga fokuserer på teknikk, og utvikler avanserte metoder. I USA er det lite avansert matematikk, læreren presenterer definisjoner og metoder som skal læres; elevene skal lære termer og praktisere prosedyrer. I USA unngår man matematiske bevis i 8. klasse, i Japan er 53 % av matematikken bevisføring. I USA settes formlene fram som sannheter og definisjoner, i Tyskland og Japan utvikles bevisene og metodene. Et hovedinntrykk er at matematikken presenteres sammenhengende i Tyskland og Japan, fragmentarisk og overflatisk i USA. Det fins også vesentlige forskjeller i hvor stor grad virksomheten i klassen er styrt av elever eller av lærer: I Japan er 40 %, i Tyskland 19 % og i USA 9 % elevstyrt. I USA er rundt halvparten av arbeidet reint rutinearbeid mens det i begge de to andre landene nesten ikke er rutinearbeid.

²²⁵ Stigler 99, side 25 – 26

En undervisningstime i Japan er nærmest hellig: Den innledes og avsluttes med kollektiv hilsing og avbrytende innslag utenfra eksisterer ikke. I USA er avbrudd, for eksempel i form av beskjeder over høyttalere, nærmest rutine. I Japan er tavla det viktigste hjelpemiddelet: I løpet av en matematikktime blir tavla sakte men sikkert fylt av det som foregår slik at tavla ved timens slutt beskriver – nærmest i detalj – alt som har foregått. I USA brukes overhead også i matematikktimer, og en tilsvarende funksjon som eksempelet fra Japan kan naturligvis ikke overheaden få: En transparent er planlagt og autoritær, og den endrer seg ikke slik innholdet i en time endrer seg i takt med dialogen mellom elever og lærer og elever. Den japanske skolen har store klasser, og japanske lærere hevder at heterogene grupper er svært viktige for å få ting til å skje. Når elever skal utvikle resonnement, trenger de hverandre, og de trenger å være mange. I USA er klassestørrelsene omtrent som våre, og lærere hevder at homogene grupper er best for å få til god undervisning: Også i Norge er dette synspunktet utbredt, det hevdes at det er lettere å snakke til en homogen gruppe og tilpasse undervisninga til elever på samme nivå.

I USA knyttes undervisninga stort sett til teorier om læring. I Norge er de viktigste diskusjonene når det gjelder læring og undervisninga knytta til læreplanene og til læreres lønnsvilkår. Lønnsvilkår er naturligvis viktig for lærere, men den japanske skolen har en tradisjon på å knytte diskusjonen til elevenes læringsutbytte, til timene som sådan. Derved blir undervisning et offentlig anliggende og ikke noe som foregår privat bak ei lukka dør. Japanske skoler har i den forbindelse et system for studier av undervisning, av skoletimene med det mål for øyet at timene skal bli bedre.

En meget fersk undersøkelse om forholda i Norge konkluderer med at bevissthetsnivået rundt læring er meget lavt.²²⁶ ”En av to lærere svarer at de ikke kan føre en diskusjon om hvordan læring foregår og hvordan de selv kan bidra til økt læring” er en konklusjon i denne undersøkelsen,²²⁷ og dette minner oss på at vi egentlig ikke arbeider aktivt med metode i norske skoler, og at norsk skoledebatt kanskje har vært mer opptatt av slagord²²⁸ enn av reell diskusjon omkring hvordan og hvorfor.

²²⁶ Lindvig 06

²²⁷ www.utdanning.ws/templates/udf_10867.aspx?mode=print

²²⁸ ”Ut med tavla” ”Prosjektundervisning” ”AFEL – ansvar for egen læring” ”Uteskole” og så videre

Den internasjonale undersøkelsen ender opp med en konklusjon som henger sammen med dette: Et hovedproblem i USA, hevder forfatterne, er at skole og forskning har skilt lag, skoleforskning er et universitetsfag, et universitets- og høyskoleanliggende – fjernt fra lærere, skole og undervisning. Dette er tilsvarende i Norge og i mange land. Og forfatterne legger i den forbindelse vekt på at det er undervisninga som må profesjonaliseres, ikke lærerne. Nå skal det imidlertid ikke stikkes under en stol at oppfølginga til denne undersøkelsen²²⁹ – en videoundersøkelse av TIMSS-resultatene fra 1999 – spriker i forhold til resultatene fire år tidligere. Noe av grunnen er at flere land beskrives, og resultatet blir, logisk nok, at det fins flere veier til målet. Høytskårende land bruker mange ulike metoder i undervisninga. Japan var for eksempel svært vellykka i 1995 og utmerka seg med høy vanskegrad i forhold til andre land. I 1999 ser det imidlertid ikke ut til at høy vanskegrad, eller høyt faglig nivå i timene, skaper noen forskjell i resultatene i TIMSS-undersøkelsen. Og der japanske lærere i 1995 *ikke* brukte mye tid på tilbakeblikk, utmerker tsjekkiske skoler seg fire år seinere med gode resultater og mye repetisjon og tilbakeblikk.

Det er ikke lett å finne svar på i hvor stor grad den enkelte lærer har noe å si i innlæring av matematikk. Riktignok fins det solskinnshistorier om mentorer og inspiratorer, for eksempel i Niels Henrik Abels²³⁰ skolegang i Kristiania. Og mange av oss som har gode minner fra matematikktimene på skolen, har gode følelser i forhold til matematikklærere og deres pedagogikk. Men det har ikke vært enkelt å kartlegge den enkelte lærers direkte innvirkning på skolerresultater. Visse forsøk har riktignok vært gjort i TIMSS- og PISA-undersøkelsene de seinere åra. Og sjøl om det er vanskelig å vurdere undervisning og resultater utfra lærerens kompetanse, er det i alle fall klart at det er vesentlig om læreren har kompetanse *nok*.

Forskning har likevel pekt ut hovedprinsipper for undervisning i matematikk: Elever må løse mange problemer for å forbedre problemløsningsevnen sin. Problemløsningsevnen utvikles langsamt og over en lang periode. Elever må tro på at læreren deres synes at problemløsning er viktig, for at de skal ta til seg undervisning. De fleste elever tjener på systematisk undervisning i problemløsning.²³¹ Og forskning har dessuten identifisert tiltak for forbedra undervisning i problemløsning: *Overføringstrening* med trening i å omformulere oppgava eller bruke kunnskapen i en annen sammenheng. *Skjematrening* der en trener i å identifisere

²²⁹ Hiebert 03

²³⁰ Se avsnittet om Abel

²³¹ Lester 96, side 87

ulike problemtyper og formulere eller skjematiskere problemet. *Strategitrening* der en sammenlikner egne løsninger med andres løsninger. Og *automatisering av algoritmer* der det grunnleggende verktøyet er godt innøvd.²³²

Lærerens funksjon i forhold til elevens problemløsning kan beskrives slik: Når eleven ikke har noen forestilling om metode for problemløsning, vil læreren fungere som en modell. Når eleven forstår betydning av problemløsninga, vil læreren fungere som støtte. Når eleven har god forestilling om hva problemløsning er, vil læreren være problemløseleverandør. Og når eleven er i stand til å velge passende strategier og produsere løsningsmetoder, vil læreren fremme det kreative elevarbeidet.²³³ I alle fall er det slik lærerens funksjon skal være, tilpassa de ulike nivåene han møter.

I praksis vil nok ingen lærer – eller elev – kunne beskrives utfra slike skjematisk forhold. Sannsynligvis vil vi måtte supplere rollene til lærerne med menneskelige kvaliteter som er vel så viktige som hvilke planlagte funksjoner og roller de inntar. Typiske lærerroller kan for eksempel være: *Formalisten* – læreren som eleven alltid veit hvor han har, og som gjennomfører undervisninga til punkt og prikke og aldri utelater ett punkt fra læreplanen. *Entusiasten* – som er vanskelig å plassere, og som stadig sporer av når nye digresjoner dukker opp i klasserommet. *Pragmatikeren* – som alltid skal relatere problemstillingene til virkelige problemstillinger. *Instrumentalisten* – som er opptatt av metoder framfor bevis og begrunnelser.²³⁴

PISA-undersøkelsene har trukket en del konklusjoner i forhold mellom undervisning og skolerresultater.²³⁵ Med utgangspunkt i de to mest ekstreme skolerresultatene er det noen momenter som ser utslagsgivende ut: Positive faktorer med betydning ser ut til å være tidsbruk på lekser, disiplin i klassen, positive relasjoner mellom elev og lærer og trivsel på skolen. Få læringsstrategier er målt, og det ser ikke ut som om de har vært utslagsgivende heller når det gjelder skoleprestasjonene.

²³² Mayer 85, side 126

²³³ Haapasalo 94, side 223

²³⁴ Thompson 82 – som tar utgangspunkt i 3 reelle lærerportretter

²³⁵ Turmo 04

Den samme PISA-undersøkelsen²³⁶ har målt resultatene i 147 norske skoler, og utfra hjemmebakgrunn, språklige forhold og kjønn har undersøkelsen beregna forventa resultater på hver enkelt skole. Avvikene mellom resultat og forventa resultat er store, gjennomsnittlig 3,6 %. Utslagene er fra 25 % høyere forventa skåre enn faktisk skåre til 12 % lavere forventa skåre enn faktisk skår.²³⁷ Jeg har ikke studert hva som faktisk har skjedd på de ulike skolene, men tallene sier egentlig at noe må ha skjedd. Noe dramatisk når avvikene kan være så store. Og det underlige i denne sammenhengen blir at undersøkelsen sier at det som skjer på skolen, har liten betydning i forhold til det som skjer hjemme, eller det som har skjedd i tida før skolegangen tok til.²³⁸ Den tredje muligheten er at konklusjonen i PISA-undersøkelsen er gal, og at det er positivt umulig utfra eksisterende data å beregne noen forventa skår på en enkelt skole...

Vi har nå sett på ulike teorier om matematikalitet og på undersøkelser som prøver å fange fenomenet. Og mye av det vi har sett på, spriker, eller poengterer at det er flere veier til målet. Før vi skal gå løs på bakgrunnsfaktorer som er med på å forme den enkelte elev, er det viktig å se på noen mer eksistensielle sider ved matematikkompetanse i forhold til annen kompetanse. Står ulike kompetanser i strid med hverandre? Hva er spesifikt realfaglig? Og er den spesiell og annerledes enn annen kompetanse?

²³⁶ Turmo 04

²³⁷ Procentsatsen er nok mye høyere. De siterte baserer seg på absolutte tall, og derved skulle det for eksempel kunne være mulig å skåre 0 på besvarelsene. Det er det neppe, slik at det absolutte nullpunkt nok burde legges på laveste eksisterende skår.

²³⁸ Slike dramatiske utslag burde egentlig framkalle aksjoner: Kunne vi forstå hvorfor skolene til de grader fungerer annerledes enn vi med rimelighet kan vente at de skal fungere, kunne vi lært noe som kunne fått oss til å revolusjonere undervisninga i norsk skole.

Hva er egentlig realfaglig kompetanse?

Om det spesifikke ved realfagkompetanse, om systemtenkning og loven for alt innen realfag og samfunnsfag, om overførbar kunnskap, om to kulturer, konflikter mellom realister og humanister, eksempler på realfaglige, matematiske og filologiske tilnæringsmåter, om forenklinger og om renessansemennesket.



239

Kunnskaper i realfag, realfaglig kompetanse, må være knytta til kunnskaper om naturen. Opplysningstida var viktig for den historiske utvikling av kunnskapene, men også ”de gamle grekere” hører historia til. Det spennende med verdens samla realfaglige kompetanse er at den er et byggverk der byggsteinene passer inn i hverandre, og der vi alle er med på å bygge videre på det samme byggverket når vi utvikler faga. Denne egenskapen er ikke så synlig i de andre vitenskapene sjøl om vi naturligvis kan hevde at dagens menneskelige væren bygger på all tilgjengelig kunnskap på alle fagfelt. Kunnskap som sådan er en viktig bestanddel av dannelsen og utdannelsen. Men hva er egentlig det spesifikke realfaglige?

Mange ser på matematikk som et filosofisk fag uten egentlig tilknytning til den materielle verden. Utviklinga av et resonnement er aksiomatisk, fra grunnsteiner som ikke bevises, men der fortsettelsen følger strengt på aksiomene. Et avvikende syn – uttrykt av en matematikkfilosof – er ganske motsatt: ”The method of mathematics is the analytic method, a method which, unlike the axiomatic method, does not start from axioms which are given once and for all and are used to prove any theorem, nor does it proceed forwards from axioms to theorems, but proceeds backwards from problems to hypothesis.”²⁴⁰

²³⁹ Watterson 91 – Bind 2, side 122

²⁴⁰ Cellucci 02, side 8

Og mange teorier har vært på jakt etter loven som forklarer alt. Ofte har man påstått at man har funnet den: I faget fysikk har man kanskje vært aller mest opptatt av denne problemstillinga, og relativitetslikninga $E = mc^2$ har hatt status som nettopp en slik lov: ”What $E = mc^2$ does is give us **a conservation law for everything**. Instead of talking about separate laws of conservation of mass and energy and momentum and work we can talk about what I like to call the Law of Conservation of Everything.”²⁴¹ “I dag er den mest lovende teorien M-teorien, som bare virker i et rom med 11 dimensjoner, 10 i rom og én i tid,²⁴² hevdes det i jakta på teorien som forklarer alt.

Men tanken om slike lover eller teorier er ikke fremmed i andre sammenhenger heller. Marxismen og Marx’ og Engels’ dialektikk har nesten hatt tilsvarende status for mange. ”Marx og Engels sin ide er at dette er ein allmenn **lov for alt** som fins. Med lov meiner dei ein utviklingstendens som ikkje noe kan stoppe i lengda, men som alle slags motverkande årsaker kan bremse og snu mellombels. Dei meiner altså at alt oppstår, endrar seg og tar slutt. Dette skulle då gjelde elementærpartiklane, atoma, molekyla, enkelttinga, menneska, jorda, solsystemet og universet. Men tidsperspektivet og måten det skjer på er sjølvsagt svært forskjellig i dei forskjellige tilfella.”²⁴³

Men hele ideen om en lov for alt, er en fremmed og absurd tanke for manges logikk. Og i mange tilfelle blir denne type tankegang sett på som en som er forbeholdt såkalte realister – trass i innslaget ovafor fra det kommunistiske manifest²⁴⁴.

Det fins en allmenn holdning til at **realfaglig logikk er overførbar** til andre områder enn det reint realfaglige. Slike holdninger har ikke vært evige. Går vi tilbake til 1800-tallets latinskoler, blei realistene sett på som ikke akkurat skolens kvikkeste hoder.²⁴⁵ Men både antikkens verden og ingeniørens tidsalder, det 20. århundret, lovpriste realistene. På 1970-tallet kom det et klart tilbakeslag for naturvitenskaplig kultur i Norge, og det samme skjedde i de delene av den vestlige verden der samfunnsfagene fikk en sterk oppblomstring i samband med den politiske situasjonen på universitetene. Positivism blei nesten et skjellsord blant

²⁴¹ Mocarski 05

²⁴² Fredriksen 05, side 75

²⁴³ Valen 98

²⁴⁴ Marx 48

²⁴⁵ Kielland 85

studenter, til og med i realfaglige miljøer. Dette var forståelig i skyggen av realisters skyldforhold når det gjaldt produksjon av atombomben og de påfølgende atommarsjene på 1960-tallet. Og det var forståelig når man så en klar mangel på sjølkritikk hos en del realister i forhold til miljøspørsmål, og i lys av den store oppblomstringa av nye fag som sosiologi og andre samfunnsfag samt i kampen mot etablerte sannheter.²⁴⁶

Men motviljen var også irrasjonell. I vår tid har pendelen som latterliggjorde realfagene i mange miljøer, slått tilbake med stor styrke. I skoledebatter om kvalitet og reformer har det nesten bare dreid seg om matematikk og naturfag i flere år. Og det er overraskende å se at norsk skole bedømmes som dårlig uten at andre sentrale fag berøres eller nevnes i det hele tatt. Det eneste som teller, ser ut til å være realfaglig kompetanse. Et godt eksempel er innføringa av ½ tilleggs poeng på vitnemålet for hvert realfag: Dette blei innført i videregående skole for snart ti år sia og har fått den underlige konsekvensen at elever som skal studere helt andre fag enn realfag, likevel tar realfag for å få tilleggs poeng.²⁴⁷ Denne debatten er det vanskelig å forstå for ikke-realister: En skulle tro at ferdigheter i fremmedspråk var mer vesentlig i vår tid, særlig når det viser seg at arbeidsledighet blant realister er et problem i dag mens en globalisert økonomi skriker etter fagfolk som kan kommunisere, det vil si som behersker fremmede språk og kjenner sitt eget og andre lands kultur og kulturarv.

Disse holdningene synliggjøres ganske klart i rapporten om 15-åringers kompetanse i forbindelse med PISA-undersøkelsen fra 2003:²⁴⁸ *”Noen vil mene at vi, og hele PISA-studien, legger for mye vekt på måling av kunnskaper innenfor et snevert område, og kanskje særlig at utvalget av fagområder er preget av back to basics og utdanning for næringslivets behov, og at det ikke er lagt nok vekt på dannelsesaspektet. Dette er det selvsagt legitimt å hevde, men vi vil peke på noen viktige momenter i denne sammenhengen. For det første kan vi med vår beste vilje ikke forstå annet enn at de grunnleggende ferdighetene som er i fokus i PISA, også er helt sentrale i et dannelsesperspektiv. God leseforståelse, forståelse av kvantitativ informasjon og resonneringer, analytisk resonneringsevne og grunnleggende kompetanse i naturfag danner en viktig basis for å tilegne seg kunnskaper og for å kunne bruke disse i*

²⁴⁶ Sjøberg 05 – Svein Sjøberg har tilsvarende vurdering i denne kronikken.

²⁴⁷ I bladet *Skolefokus* blei det i denne sammenheng blant annet hevda at realfag var vanskeligere fag enn andre, og derfor måtte spesialbehandles.

²⁴⁸ Kjærnsli 04, side 253

konkrete sammenhenger, det være seg i utdanning, i arbeidsliv eller i søken etter en meningsfull fritid eller en dypere mening i livet.”

Jeg skal ikke diskutere validiteten i PISA som sådan akkurat her, men jeg ønsker å problematisere et læringssyn eller menneskesyn som hevder at PISA gir en totalbeskrivelse av tilstanden til norske elever, til det er vektlegginga av realfag for sterk. Og trua på at realfaglige ferdigheter har overføringsverdi til andre felter, er for blåøyd. Det hjelper ikke så mye at leseferdigheter er tatt med, hovedsaklig dreier leseferdighetene seg om reint tekniske ferdigheter som har praktisk nytte, men som heller ikke fanger inn så mye mer enn akkurat det. Men dette må vi se nærmere på når vi skal finne ut hva forutsetningene for og konsekvensene av matematisk dyktighet skal undersøkes. Det er kort sagt på sin plass å prøve å finne ut hva realfaglig kompetanse egentlig er. Eller hva som er genuint realfaglig i motsetning til for eksempel humanistisk:

Det fins en klassiker innen faglitteraturen som poengterer *at det er forskjell* mellom naturvitenskaplige resonnement og humanistiske.²⁴⁹ Jeg skal ikke gå god for alle de synspunktene som framsettes i denne lille boka. Det blir fort urimelige konflikter mellom to syn der det ene blir skurkens og det andre helteforklart: Forfatteren Charles P. Snow skildrer forskjellen mellom realisten og humanisten som forskjellen mellom dem som kan sin Dickens, men ikke kan beskrive termodynamikkens andre lov – og omvendt. Kunnskap om verdenslitteraturen likestiller han med grunnleggende kunnskaper om naturvitenskaplige lover. Og han tar tak i det underlige faktum at det han mener er fundamentale kunnskaper – for alle – ikke ser slik ut når man kontrollerer kunnskapsnivået hos de to motpolene, som han gjør dem til. En deltaker i en debatt om disse to kulturene satte fram noe som må være et typisk realfaglig synspunkt.²⁵⁰ Vitenskapen prøver å forstå den fysiske verden og er – sett fra et menneskelig synspunkt – den menneskelige hardware. Denne hardwaren setter oss i stand til å kjøre et bredt spekter av individuell og kollektiv kulturell software, humanistiske fag. Hvis denne beskrivelsen og denne liknelsen treffer, vil forskjellen mellom de to fagområdene være stor i utgangspunktet, trass i at drømmen om kunstig intelligens, som lukker gapet mellom hardware og software – og maskin og menneske – er levende. Et annet poeng i denne

²⁴⁹ Snow 59

²⁵⁰ Dewey 05

debatten er forholdet mellom viten og verdier:²⁵¹ Er det mulig å løsrive fakta, sannheter, fra verdier?

Debatten er gammel og ikke løst på noen måte. Et verdinihilistisk syn hevder at all viten er relativ. Synspunktet er naturligvis grunnlaget for mye såkalt alternativ viten som de siste tjue åra har konkurrert med vitenskapen. Og i mange tilfelle har synspunktet fungert sosialt og politisk reaksjonært. Marx definerte marxismen som vitenskaplig, og dette var nok for å legitimere egen filosofi, samtidig som det var et forsøk på å hindre at et filosofisk og politisk system blei avfeid som bare meninger. De siste års relativisme kan naturligvis tolkes som en reaksjon på politiseringa på 1960- og 70-tallet, men den bygger på visse sammenhenger og på en klar uvitenhet om en del vitenskaplige kjensgjerninger. For ei tid sida raste det en debatt i USA omkring en vitenskaplig artikkel som var skrevet som en parodi.²⁵² Artikkelen gjorde blant annet narr av vitenskaplig relativisme. Egentlig er ikke debatten ny. En såkalt marxistisk litteraturkritikk kan spores tilbake til Lenin på begynnelsen av 1900-tallet. Og et viktig poeng var å lese verdier og holdninger ut av litteratur – og for så vidt også av sakprosa. Innen norsk litterær debatt blei problemstillinga tatt opp i bokform i 1970²⁵³: Kravet om at litteratur skal og må sees i en sosial sammenheng blei reist. Fortsettelsen av dette synspunktet var den ideologiske og ideologiserende lesinga²⁵⁴ av litteratur, der litterære verk for eksempel kunne bli tatt til inntekt for politiske ideologier som ikke hadde noe direkte med innholdet å gjøre. I norsk sammenheng kunne en forfatter som Trygve Gulbrandsen²⁵⁵ bli vurdert som om han hadde fascistiske trekk. Og i kjølvannet av denne lesemåten kom naturligvis debatten om Hamsun²⁵⁶ og forholdet mellom hans holdninger under andre verdenskrig sett i lys av diktningen hans. Fortsettelsen av denne lesemåten finner vi i en såkalt *symptomatiske lesning*,²⁵⁷ en lesemåte som hevda at et litterært verk inneholdt symptomer på holdninger og ideer som forfatteren egentlig ikke sjøl er klar over, og som kanskje til og med strir med det forfatteren egentlig vil formidle²⁵⁸. Neste skritt i denne analysen av tenkning og resonnementet er det vi i dag omtaler som dekonstruksjon, men strukturalismen og ideologianalysen, forløperne, gjorde samme arbeidet. I vår tid har dette altså vært en god

²⁵¹ Ross 96, Sullivan 96

²⁵² Sokal 96

²⁵³ Johansen 70

²⁵⁴ Sørgaard 73

²⁵⁵ Trygve Gulbrandsen (1894 – 1962)

²⁵⁶ Knut Hamsun (1859 – 1952)

²⁵⁷ Kittang 76

²⁵⁸ Motsatsen – sympatisk lesning – vil innebære at en er lojal mot forfatteren og leser verket slik det er ment å leses. Skillet mellom de to tilnæringsmåtene er naturligvis problematisk.

filologisk øvelse, samtidig som disse filologiske øvelsene har fungert godt fagkritisk. Lesemåtene øver leserne i å lese kritisk og å nærme seg både sakprosaen og de kunstneriske uttrykka med kritiske blikk. Men denne kritiske tanken har for eksempel ikke alltid vært like framtreddende innen naturvitenskapen: Det er sjelden konsekvensene av naturvitenskaplige ideer og teorier drøftes som en viktig side ved teorien eller at en ideologiserer emner og forståelsesmåter i naturvitenskapen. Eller for å spissformulere litt: Blei Darwins utmerka teori om artenes opprinnelse problematisert og satt inn i en større sammenheng da han la den fram? Hvorfor er det Bibelen som har vært vitenskapens største opponent? Hvorfor ikke naturvitenskapen i seg sjøl? Burde atomkraftverk vært funnet opp? Hvilket menneskesyn ligger det skjult i Darwins teori eller i anvendelse av atomkraft? Og hvorfor har det ikke vært naturvitenskapen som først og fremst har tatt tak i dette skjulte innholdet?

Et annet interessant poeng er den gjennomgående holdning til at vitenskapen ikke kan stoppes, alle muligheter må prøves. På mange områder har naturvitenskapen kommet i konflikt med samfunnets moral og også lovverk. Klassisk er jo konstruksjonen av atombomber. Men også synspunkter som at olja må utvinnes *nå*, fisken må tas opp *nå*, eller at virus for datamaskiner *må* lages, ikke fordi virus er nyttig eller fordi virusprodusentene i utgangspunktet er hardbarka kriminelle, men fordi det er mulig. Det meste ekstreme tilfelle av misbruk av vitenskap – fordi det er mulig – er vel kryoteknikken anvendt på levende mennesker: At man lar seg fryse ned og lagres i håp om at man etter ei viss tid vil kunne vekkes opp igjen og leve videre. Kjensgjerninga at Vidkun Quisling var en meget intelligent mann, fortjener faktisk å sette intelligensbegrepet under debatt. Peter Wessel Zapffe har problematisert intelligens som sådan i sine filosofiske betraktninger om *det tragiske*: Han så på mennesket som et i bunn og grunn tragisk vesen i universet. ”Zapffes teori er at mennesket har overutviklede evner (forståelse og selvinnsett) i forhold til de omstendighetene det lever under og derfor ikke passer inn i naturen. Menneskets streven etter rettferdighet omkring temaer som liv og død kan ikke oppnås, og derfor har menneskeheten behov som naturen ikke kan oppfylle. Tragedien, som er en konsekvens av denne teorien, er at mennesket prøver hele tiden ikke å være menneske. Følgelig er mennesket et paradoks.”²⁵⁹ Menneskets tragedie er altså at det har større kunnskaper enn det egentlig kan leve med. Mennesket har for eksempel kunnskaper om at det kommer til å dø. Derved vil mennesket være nødt til å bale med spørsmål som går langt ut over å dekke sine egentlige behov, og blant annet konstruere

²⁵⁹ http://no.wikipedia.org/wiki/Peter_Wessel_Zapffe#Filosofen (5. oktober 2005)

metafysikk – og matematikk. Derved følger det interessante spørsmålet: Har kunnskap en egenverdi som det ikke skal stilles spørsmål ved?

Diskusjonen om hvorvidt det fins ulike kulturer – som resulterer i sterkt motstridende kunnskapsyn og samfunnsanalyse – innafor forskning, fagmiljøer og læringsinstitusjoner blei lufta så seint som i september 1999, ved et seminar²⁶⁰ ved universitetet i Oslo. Seminaret søkte å belyse problemstillinga fra et langt breiere perspektiv enn det Snow la opp til i 1959. Og konklusjonen til dette seminaret og andre som har beskjeftiget seg med tilsvarende tanker, kan fort bli at det fins en mengde kulturer eller roller²⁶¹ innafor vitenskap.

I gymnaset – slik det fortonte seg fram til endringene på 1980-tallet – gjorde ei inndeling som demonstrerte disse ulike kulturene i praksis: Gymnaset var linjedelt²⁶² i ei språklig og ei realfaglig linje, og der var det lett å se kulturforskjellene demonstrert i praksis, særlig når en konsentrerte seg om fordommene elever på den ene linja kunne ha i forhold til den andre.

Jeg skal ikke gjennomføre noen kvantitativ undersøkelse av problemet. Jeg skal heller ikke påstå at jeg har noen gode eller enkle svar. Men jeg skal gi noen gløtt inn i problemstillinga slik den ser ut fra mitt ståsted – ved hjelp av noen utvalgte og delvis personlige eksempler. Et par eksempler burde kunne antyde at dette synet ikke er sjølsagt, og at vi kanskje befinner oss i ulike verdener.

Realfaglig-matematiske eksempler: Carl Friedrich Gauss klarte å finne summen av de 100 første heltallene som sjuåring. Han var sikkert ikke mye eldre da han laga formelen for de n første. Sjuåringen så et mønster som gjorde at han kunne summere tallene i hodet – både ideen og mønsteret var ganske enkle, når man så dem.²⁶³ Og eksempelet viser hvor enkel – og vakker – matematikken kan være. Det kan virke blasert å hevde at matematikk er enkel, men det er en beskrivelse som fanger opp resultatene. Arkimedes' lov for å finne tettheten til uregelmessige legemer er enkel, men å finne den var ikke nødvendigvis enkel. Sammenhengen mellom omkrets og areal av sirkel er enkel, men vanskelig å bevise. Likedan Pythagoras' læresetning. Det typiske for matematiske beviser og matematisk tankegang er

²⁶⁰ Braarvig 02

²⁶¹ Berg Eriksen 01, side 13

²⁶² Kunnskapsløftet, de nye fagplanene som skal gjelde fra 2006, skal innføre linjedelinga på nytt.

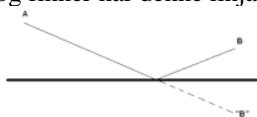
²⁶³ Se avsnittet om Gauss.
$$\sum_{i=1}^n i = \frac{1+i}{2} \cdot i$$

arbeidet med å forenkle problemstillinga. Når problemet er redusert til noe som er enkelt nok, vanligvis bare én variabel som det er lett å holde kontrollen over, kan man løse dette problemet – kanskje det bare er et delproblem i hele resonnementet – og finne en lov eller et svar. I anvendt statistikk er for eksempel korrelasjoner et viktig område for å studere samfunnsmessige mekanismer. Men vi klarer ikke å studere korrelasjon mellom flere enn to fenomen. To fenomen kan sammenliknes, både som likeverdige eller hvis det ene fenomenet har større vekt enn det andre. Når et tredje dukker opp, får vi alltid problem med vektlegging av dem i forhold til hverandre, og må holde hver av dem konstant mens vi studerer forholdet mellom de to andre.

Et par reint matematiske eksempler skulle vise hvor komplekst dette blir: På en plan slette skal du gå fra ett hus til et annet. På vegen skal du inndom ei elv og fylle ei bøtte med vann. Hvor går den korteste veien? Problemet består av to variable, veien til elva og veien fra. De må studeres som kun én variabel for at vi skal kunne løse oppgava, dersom vi ikke går løs på en større matematisk teori med funksjoner, derivasjon og den derivertes nullverdi.²⁶⁴ Og den ene variabelen er i dette eksempelet summen av de to vegbitene. Enda mye verre blir det med enda flere variabler. Abelkonkurransen²⁶⁵ i år hadde ei tilsvarende oppgave der en skulle regne ut minste omkrets til en trekant, og der alle de tre hjørnene kunne bevege seg fritt langs tre linjer i et koordinatsystem. Og løsinga var igjen å finne bare én variabel, ikke tre, ved å substituere de tre sidene med ei rett linje som skulle gå mellom to faste punkter.

For mange vil denne reduksjonen av antall variable være svært vanskelig. Man trenger både kreativitet og matematisk rutine for å få det til, og ofte tar det lang tid å se mulighetene. Men når de åpenbarer seg, er det matematiske problemet rett og slett blitt enkelt. Både inspirasjon, innovasjon, estetikk og l'art pour l'art er velkjente begreper for matematikeren. Og kronen på

²⁶⁴ Løsninga – med bare summen av veien som variabel – ser slik ut: Vi speiler den ene delen av turen om elva og finner når denne linja er kortest. Det er den naturligvis når den ikke har noen knekk:



²⁶⁵ Første runde 2004-05, oktober 2004: I et koordinatsystem har vi gitt et punkt $A(14,0)$. Et punkt C ligger på linja $x = 28$ og et annet punkt B ligger på linja $y = x$. Dersom $\triangle ABC$ har minimal omkrets, hva vil førstekoordinaten til B være? Problemet er usannsynlig komplisert fordi vi har to variable, C og B . Men det løses på tilsvarende måte som eksempelet "til elva etter vann": Speil plasseringa til C og B om x -akse og $y = x$ slik at omkretsen ligger på en brukket linje. Den minste omkretsen har du når den brukte linja er rett, altså korteste vei.

verket er aha-opplevelsen der det hele faller på plass. Jeg kommer til å bruke estetikk som et viktig poeng også seinere. Matematikk – og andre naturfag – og estetikk har en nær sammenheng, kanskje like nær som estetiske fag har til *det skjønne*. De seinere åra har mange²⁶⁶ ²⁶⁷ poengtert dette i bokform. Ei viktig side ved matematiske løsninger på problemstillinger er også denne: Den riktige og beste vegen til målet – dersom det fins flere – er den som er vakrest.²⁶⁸

Filologisk-realfaglige eksempler: I et skuespill²⁶⁹ om den ungarske legen **Semmelweis**²⁷⁰ dramatiserer Jens Bjørneboe²⁷¹ den kampen legen kjemper mot medisinske autoriteter i Østerrike. Trass i at dramaet er et diktverk og derved ikke etterrettelig når det gjelder detaljer og ordvekslinger, illustrerer det på en overbevisende måte møtet mellom naturvitenskaplige resonnementer og en annen type resonnement.

Ignaz Semmelweis beviste, som naturvitenskapen ville gjort, at dødshallene på en spesiell fødselsklinikk hadde sammenheng med at legene også arbeida på et likhus. Han beviste at den såkalte barsel-feber ikke var smittsom, og at man stanset den effektivt ved å vaske seg og holde klinikken rein, både sengene og romma for øvrig. I Bjørneboes versjon brukes statistikk og folkelig kunnskap som argumenter for helten.

Argumentene mot Semmelweis – stadig ifølge forfatterens fortolkninger – var at sjukdommen hadde årsaker i kosmiske krefter, miasma, den var Guds straffedom over løsaktige kvinner og spesielt de som hadde følt lyst under samleiet, eller kanskje at årsaka var at noen leger var utlendinger med tvilsomme politiske holdninger. Vitenskapens og lærebøkenes sannheter om barsel-feber, legenes og akademikernes ufeilbarlighet i motsetning til underklassen og spesielt dotømmerne, var også argumenter mot Semmelweis.

I historias lys er det naturvitenskapsmannen Semmelweis som er vinneren, den tragiske helten som dør av en sjukdom han prøver å bekjempe. Bjørneboe gjorde ham til en ”dum” realist

²⁶⁶ Crease 03

²⁶⁷ Atkins 03

²⁶⁸ Fritt sitert etter universitetslektor Tor Gulliksen under ei forelesning i MA1, Universitetet i Oslo 1970.

²⁶⁹ Bjørneboe 68

²⁷⁰ Ignaz Semmelweis (1818 – 1865)

²⁷¹ I perspektivets ånd vil jeg bruke forfatteren Jens Bjørneboe (1920 – 1976) til å demonstrere et ikke-matematisk problem. Tanken er å sette naturvitenskapelig eller matematisk resonnement opp mot et samfunnsfaglig, humanistisk resonnement, spesielt for å diskutere det genuine ved måtene å resonnerer på. Kanskje er det ulik logikk? Kanskje vil det vise seg at den ene typen argumentasjon ikke nødvendigvis er mindre krevende og avansert enn den andre.

som ikke skjønnte noe vesentlig: God markedsføring kan gjøre sjøl den største løgn til viten. Eller som det blei sagt: ”The medium is the message”²⁷²

Resultatet kunne faktisk like godt vært motsatt: Bjørneboe har også dramatisert ei autentisk historie fra 1950-tallets Norge²⁷³: Fredrik Fasting Torgersen blei dømt for et mord han hele tida har nekta for at han utførte. Naturvitenskapen, representert ved rettsvesenet, har i dette tilfellet muligens begått et justismord²⁷⁴. Aktor hadde argumenter som et bittmerke der tannstatus blei brukt til identifisering, en type barnåler fra et juletre, mangel på alibi og den tiltaltes forhistorie: Summen så overbevisende ut, men hvert enkelt ledd har med tida mista noe av sin overbevisningskraft.

Og et filologisk eksempel: To somaliske jenter ved Oslo handelsgymnasium bruker²⁷⁵ niqab, skaut og slør som dekker hår og hele ansiktet, på skolen. Skolen ønsker å stoppe bruken av dette klesplagget fordi skolelegitimasjonen ikke fungerer, fordi kroppsøvingstimene ikke fungerer for dem og fordi fremmedspråksundervisninga vanskeliggjøres når lærer og medelever ikke kan se munnen deres. Et helt konkret og reelt problem med et enkelt svar: Forby niqab. Dette kunne godt vært realistens svar. Skole ber derimot Utdanningsetaten i Oslo kommune om hjelp.²⁷⁶ Humanistens motargumenter mot forbudet vil være religionsfriheten i Norge, liberale regler for atferd i et liberalt samfunn, forholdet til jentenes bluferdighet og kanskje til og med til deres manglende trening i å vise ansiktet offentlig. Andre argumenter dreier seg om forhold til foreldre og familie og egen kultur, og til ungdommelig usikkerhet og sjenanse. Eller motsatt: Norsk stigmatisering av dem som ser annerledes ut og som ikke kan gjøre som annen ungdom. Andre forhold som kan spille inn er dessuten den storpolitiske diskusjonen om muslimsk fundamentalisme.²⁷⁷

Disse ulike eksemplene prøver å sette fingeren på to svært karakteristiske forhold som skiller matematisk – eller realfaglig – tankegang fra den humanistiske. Til en viss grad kan man karakterisere skillet som et spørsmål om kvantitativ eller kvalitativ tankegang. Jeg har imidlertid villet sette fingeren på et forhold jeg anser som like viktig, og som jeg mener

²⁷² Marshall McLuhan

²⁷³ Bjørneboe 73

²⁷⁴ Kjente jurister, blant annet Anders Bratholm, ønsker i dag, 2005, å gjenoppta Torgersensaka fordi de anser den for å være et justismord.

²⁷⁵ Høsten 2005

²⁷⁶ Meland 05

²⁷⁷ Jfr. diskusjonen i franske skoler der muslimske jenter ikke lenger (2004) får lov til å bære hijab, slør, i den offentlige franske skolen.

utfyller bildet: Spørsmålet om antall variable og i hvilken grad ytterst forskjellige variabler kan settes opp mot hverandre. Hvordan skal ulike momenter med inkommensurabelt innhold kunne vektes i forhold til hverandre? Der matematikken kan redusere problemstillinga til ei sammenlikning mellom tall, kan ikke de humanistiske vitenskapene redusere problemstillinga i det hele tatt. Og det kan gjøre humanistiske resonnement langt mer komplekse enn de naturvitenskaplige.

Det kan kanskje virke som om jeg hevder at humanistisk tankegang er mer avansert enn den realfaglige. Det er en feiltolkning.²⁷⁸ Mitt poeng er bare å peke på et problem: Og problemet bunner i **ulike kulturer**, slik det altså blei beskrevet allerede i 1959. Utgangspunktet var to²⁷⁹, men jeg er ikke fremmed for at det fins enda flere. Og jeg er ganske overbevist om at nettopp det, at det fins kvalitativt svært ulike virkelighetsforståelser, har betydning for forståelsen av matematikalitet og av den undersøkelsen jeg gjennomfører her og nå.

Vårt anliggende er altså stadig undersøkelser om matematikalitet blant norske skoleelever. Jeg skal – som sagt – ikke påstå at et matematisk resonnement i seg sjøl er enkelt. Men matematikkens egenart går ut på å forenkle resonnementet, bryte det ned slik at vi i hver lille bestanddel kun må ta enkle avgjørelser, mange enkle avgjørelser som til sammen kan bli en svært komplisert vev. Dessuten er teknikken med å bryte ned og forenkle til tider vanskelig og til og med umulig. Og det er denne kompetansen vi i bunn og grunn studerer i denne sammenhengen. Riktignok er det slik at vi – og elevene vi skal studere – bruker elementer fra hver av de to verdenene, både den tell- og målbare og den mer vurderende. Når denne egenskapen er utprega, en integrert del av en persons resonnementer og tankegang, bruker vi gjerne merkelappen *renessansemenneske* om fenomenet. Og ideen om denne mennesketypen tyder på at det fins flere ulike måter å reflektere på. Dannelse er ikke noe enkelt begrep.

Renessansemennesket er enda i dag et fruktbart begrep når vi møter personer som uttaler seg med tyngde eller som kritisk undrende på felt som ser ut til å tilhøre ulike verdener: Matematikk og litteratur²⁸⁰, malerkunst og brubygging²⁸¹, børs og katedral²⁸². I det minste er

²⁷⁸ Påpekt av Erik Mønness (1950 -), Høgskolen i Hedmark, under en diskusjon jeg har hatt med ham om emnet: For å understreke synspunktet sitt, minnet han meg på Kurt Gödels ufullkommenhetsbevis som et realfagsbevis som problematiserer den forskjellen jeg har hevda ovafor.

²⁷⁹ Snow 59

²⁸⁰ For eksempel Sigurd Hoel, norsk romanforfatter, som begynte å studere matematikk

²⁸¹ For eksempel Vebjørn Sands fotgjengerbru i Ås kommune: Sand er kitch-maler, brua er en da Vinci-idé.

det viktig å se at det kan være snakk om fundamentalt ulike virkelighetsoppfatninger – hvis ikke dagens dannelse, som kanskje er mer utflytende og grenseløs enn noen gang, rommer tilsynelatende diametralt motsatte måter å tilnærme seg virkeligheten på.

Vi har nå beskrevet en del forutsetninger som er nødvendige for å forstå de ulike resultatene i PISA 2003. Forutsetningene har delvis vært andre studier av elever, og delvis teoretiske resonnement omkring matematikkfaglig kompetanse. Vi skal nå se på og vurdere hvilke bakgrunnsfaktorer av mer konkret art som kan ha betydning for å lykkes eller mislykkes innafor faget matematikk.

²⁸² Stortingsmelding 14 (2000/01), brukte dette munnhellet som tittel: ”Gud og mammon” (Luk. 16, 13) uttrykker samme motsetning

Bakgrunnsfaktorer

Om bakgrunnsfaktorer som mennesketyper, musikalitet som parallelleksempel, om kjønn og plass i fødselsrekka, om intelligens, skolebakgrunn, undervisningsmetoder, om læreplan lærere, undervisning og mangel på undervisning, om undervisningskultur, teknologi, land og kultur, om foreldre og hjemmemiljø, oppvekst, venner og offentlighet. Om pedagogisk praksis og offentlig skoledebatt, tenketanker og samfunnets sjølførståelse samt om matematikkens egenverdi.



283

Hvilke bakgrunnsfaktorer er bestemmende for prestasjoner av intellektuell karakter? I hvor stor grad kan bakgrunnsfaktorer – kalt ”miljø” helt sia Darwins tid – endre de naturgitte forutsetningene i det enkelte individ? Når foreldre prøver å påvirke sine barn til å velge eller velge bort enkelte lekekamerater, er det kunnskapen om at miljøet spiller en vesentlig rolle i personlighetsutviklinga. Graden av betydning er det derimot til dags dato vanskelig å bestemme. Psykologer har forsøkt dette i såkalte tvillingforsøk der to enegga tvillinger – med identisk arveanlegg – utsettes for ulikt miljø i oppveksten, og man har klart å kartlegge at det fins forskjeller. Men det fins menneskelige grunner til at slike forsøk ikke kan utføres fullt ut. Typisk i denne sammenhengen er det at nazistene tillot seg å forske, og bakgrunnen var at de kunne behandle ”die untermensch” som laboratoriedyr. Moderne forskning har i stedet henta inn data der tvillinger av naturlige årsaker har vokst opp uten å vite om hverandre eller har møttes.

For å kunne svare på de spørsmåla jeg stiller, er jeg naturligvis avhengig av at bakgrunnsfaktorer har betydning. Jeg studerer ikke naturgitte betingelser som intelligens eller

²⁸³ Watterson 91 – Bind 2, side 123

arv, men hvilke faktorer som betyr noe ved innlæring av matematikk. Jeg skal likevel diskutere problemet ganske bredt.

I dag deler ikke psykologer inn mennesker i ulike typer. Dette var et fenomen som forekom før siste verdenskrig. Kretschmers²⁸⁴ og Sheldons²⁸⁵ større psykologiske teorier om *mennesketyper* er ettertrykkelig avliva som en politisk følge av nazistenes rasetenkning. Dessuten har det etterkrigskapitalistiske samfunnet med sin ideologi at enhver er sin egen lykkes smed i utgangspunktet liten forståelse for sosialpsykologiske årsaker til at mennesker ikke lykkes. Den vestlige liberalistiske samfunnsmodellen kan ikke bygge på et statisk menneskesyn, og derved har ikke synet noen framtid innen forskning heller. Forskningen har vel også bevist at etniske forskjeller er forsvinnende små og umulig å oppdage sammenlikna med miljømessige forskjeller. Dette passer naturligvis godt for de nordiske sosialdemokratiene som la vekt på å utdanne hele folket i en skole for alle. Likevel kan det være interessant å se på ulike menneskers måter å resonnerer på, enten man kaller det mennesketyper eller ikke.

En sovjetrussisk studie fra et samfunn med likeverd som viktig prinsipp har laga nettopp ei slik inndeling²⁸⁶. *Den analytiske typen* har en tydelig logisk-verbal komponent og er svak på det visuelle og bildemessige. Motsatt har vi *den geometriske typen* som er sterk på det visuelle og tilsvarende svak på det logiske. Flertallet i denne studien er likevel den såkalte *harmoniske typen*, som har en slags likevekt mellom det analytiske og det geometriske. Hvorvidt denne inndeling er interessant, er et ubesvart spørsmål. Studien jeg nettopp siterte fra, trekker tråder til Piagets stadier og den generelle menneskelige utvikling av tenkeapparatet. Poincaré pekte på sin side på forskjellen mellom *det analytiske* og *det intuitive*. Og det er jo mulig at det går an å knytte disse ulike typene til utviklingsstadier hos alle mennesker, enten gjennom Piaget eller Freud.²⁸⁷ Freuds stadietenkning skildra mennesketyper som på et vis satt fast i orale, anale og genitale stadier, og denne fastlåstheten prega hele menneskets måte å tilnærme seg virkeligheten på.

²⁸⁴ Ernst Kretschmer (1888 – 1964)

²⁸⁵ William H. Sheldon (1898 – 1977)

²⁸⁶ Krutetskii 76, side 317 – 329

²⁸⁷ Sigmund Freud (1856 – 1939)

Det fins et godt eksempel på matematiske ferdigheter som ikke akkurat er analytiske og som ikke følger den normale forventningen til hvordan en matematiker skal tenke og resonnerer. Jeg har presentert Srinivasa Ramanujan tidligere, men jeg synes det er på sin plass å dvele ved ham også i denne sammenhengen. Inderen Ramanujan lyktes ikke spesielt godt på skolen, han klarte ikke å oppfylle kravene, blant annet i engelsk, som var påkrevet for å få studere ved universiteter i Storbritannia – India var en del av the commonwealth på Ramanujans tid. Og hans evne til å ”se” framfor å bevise skapte mange overraskende problemer for dem som støtta og hjalp ham.²⁸⁸ ”Svaret kom til meg,”²⁸⁹ kunne han si. Og det er flere eksempler på resultater som Ramanujan la fram som teoremer, men som faktisk ikke var riktige. Dette hadde sammenheng med mangelen på formelle bevis. Den endelige konklusjonen hans kunne gjøre at ting som så riktig ut, sjøl om det faktisk ikke alltid var tilfelle. Vi har også eksempler på at Fermat gjorde tilsvarende feil.²⁹⁰ Det må riktignok tilføyes at mange av disse unøyaktighetene til både Ramanujan og Fermat var god og viktig matematikk som ettertida har hatt stor glede av.

Ramanujan kalles ofte tallmagiker: ”Et vanlig geni er en fyr som du og jeg kan bli like god som, hvis vi bare var mye flinkere enn vi er. Det er ikke noe mysterium hvordan geniets hjerne arbeider. Når vi forstår hva han har gjort, føler vi oss sikre på at det kunne vi egentlig også gjort. Det er annerledes med magikerne. De er, for å bruke matematisk sjargong, diametralt motsatt i forhold til hvor vi er, og arbeidet i hjernene deres har mål og mening som er ufattelige. Til og med etter at vi har forstått hva de har gjort, er prosessen de har gjennomført totalt i mørke.”²⁹¹ Det fortelles at denne magien gjorde et sterkt inntrykk på den 17-årige Atle Selberg da han første møtte Ramanujans verker i 1934.²⁹² Men, og det er et stort men: Er denne såkalte magiske, uforståelige dimensjonen et viktig element i matematikk.?

Spørsmålet om magi bringer oss over i musikkens verden. Her hersker magien og fortryllelsen til fulle – ved sida av mer forståelige elementer som for eksempel tekniske ferdigheter. Er det sammenheng med evnen til å klare å spille et musikkstykke som en bare har hørt en gang og musikalske ferdigheter? Eller ferdigheten å kunne falle inn med et instrument sammen med et orkester uten å kjenne melodien på forhand? Er musikalske evner sammenliknbare med

²⁸⁸ Godfrey Harold Hardy (1877 – 1947), i første rekke

²⁸⁹ Kanigel 91, side 215

²⁹⁰ Fermat-tallene skulle være primtall, men alle var det ikke likevel: Allerede nummer 5 er ikke et primtall.

²⁹¹ Kac 85, side xxv (min oversettelse)

²⁹² Kanigel 91, side 339

matematiske? Det slår en i alle fall at for en lærer eller forelder er problemene når en skal lære bort eller hjelpe til med matematikk at eleven, barnet, enten tar det eller avviser det. Det virker nesten som om det er snakk om å *høre* matematikken eller ikke. Matematikkevner minner egentlig om *gehør*. Én kan slite med å skille mellom for eksempel potens og produkt på samme måte som en annen kan slite med å følge et noteark. Det kan i mange tilfelle se ut som om musikalitet er medfødt, en arvelig egenskap. Men også på dette feltet trengs det trening, blant annet av fingerferdighet. Profesjonelle fiolinister har for eksempel større område i hjernebarken for kontroll av de fire ytterste ledd på fingrene på venstre hand enn andre.²⁹³ Og dette er ikke medfødt. Trass i at arv sannsynligvis er en betydelig bestanddel i musikaliteten, er det altså betydelige muligheter for å utvikle evnene med trening.

Spørsmål om *kjønn* er alltid viktig når vi studerer skoleresultater og menneskelige egenskaper. Et forskningsprosjekt har tatt utgangspunkt i stilbesvarelser fra ungdomsskoleelever. 3300 avgangsprøver fra grunnskolen er undersøkt, og prosjektet konkluderer blant annet med at ”jentene skriver atskillig bedre enn guttene” og at ”kvalitetsforskjellene i tekstene er store. Spredningen i kompetanse henger sammen med kjønn og skrivemåte”²⁹⁴, det vil si valg av sjanger: Såkalt resonnerende tekster er for eksempel langt vanskeligere for en 15-åring enn fortellende tekster, og nettopp denne sjangeren avslører de store forskjellene i skriftlig kompetanse.²⁹⁵

Forskning på hjernen gir oss ideer om at det er forskjeller på mannlig og kvinnelig hjerne. Mannens er gjennomsnittlig 10 % større enn kvinnens, og debatten om størrelse på hjernen er snart 200 år gammel.²⁹⁶ En undersøkelse²⁹⁷ av datasett fra 1530 personer med ulik alder og kjønn viser for eksempel en korrelasjon på 0,33 mellom hjernestørrelse og intelligens.²⁹⁸ Men sjøl om gjennomsnittstall kan tyde på en sammenheng, betyr ikke det nødvendigvis at størrelsen er det viktigste.²⁹⁹ Når det gjelder kjønnsforskjeller, er det registrert en absolutt forskjell mellom de to typene hjerner: Den mannlige består av over seks ganger så mye ”grå

²⁹³ Aarli 03

²⁹⁴ Eielsen 05

²⁹⁵ En spennende undersøkelse – referert i ”Verdt å vite” (NRK radio) – viser at store matematikere ofte er førstefødte gutter. Og spørsmålet om førstefødte gutter – eller egentlig første svangerskap med en gutt – har vært sett i sammenheng med hvordan kvinnekroppen, som ikke kjenner y-kromosomet, reagerer første gang det møter et slikt *fremmedelement*. Poenget er vanskelig å prøve ut, men mange slike faktorer kan overstyre en del av de funnene vi finner, hvis faktorene er sterke nok.

²⁹⁶ Frederick Tiedmann, tysk anatom som satte fram teorien om sammenhengen i 1836.

²⁹⁷ Michael A. McDaniel, Virginia Commonwealth University, USA

²⁹⁸ Foss 05

²⁹⁹ Albert Einstein hadde en hjerne på størrelse med en gjennomsnittlig kvinnelig hjerne.

substans” som den kvinnelige. Og grå substans er informasjonsbehandlende. Og den kvinnelige hjernen har ti ganger så mye ”hvit substans” som den mannlige, en substans som utgjør nettverket mellom informasjonen.³⁰⁰ Andre undersøkelser har vist at høyere østrogennivå svekker de matematiske evnene samtidig som de forbedrer de verbale, og tilsvarende styrker et økt testosteronnivå matematikkevnene.³⁰¹ Og derved har vi igjen en mulig kopling til kjønn.

Det neste spørsmålet blir da om forskjellene har konsekvens for innlæring av og forståelse for matematikk: Går det an å kople matematikalitet til hjernen og til *intelligens*? Hvis det faktisk går an å knytte matematikkferdigheter til mengde grå eller hvit hjernemasse, skulle det dermed fins et svar som favoriserer ett av kjønnene, knytta til hjernen.

I utgangspunktet er jeg ikke interessert i å undersøke koplinga mellom matematikkferdigheter og intelligens. Jeg er ikke interessert i å diskutere hva intelligens er for noe. Men jeg ønsker i det minste å ta spørsmålet opp fordi jeg er interessert i hva matematisk begavelse er for noe. Klassiske IQ-tester undersøker prestasjoner på tre felt: *Språk, strukturer og mønstre* og *matematisk problemløsning*. Allerede i utgangspunktet ser vi at matematiske ferdigheter fører til høg skår på én til to tredeler av testen, slik at korrelasjon mellom IQ og matematiske evner er sannsynlig. En test av 9 elever³⁰² – som vi ikke skal slutte altfor mye ut av riktignok – grupperer dem etter matematikkprestasjoner: De med rundt 96% korrekt på matematikktesten, hadde en IQ³⁰³ på 138 i snitt, de med rundt 78% korrekt på matematikktesten, hadde en IQ på 108 og de med rundt 68% på matematikktesten hadde en IQ på 100. Sjøøl om testen er svært liten, antyder den at det er en sammenheng mellom intelligens og matematikkferdigheter. På den annen side forteller den også at vi definerer intelligens som evne til – blant annet – å kunne matematikk. Og da blir jo dette en klassisk sirkelslutning.

Hvis vi glemmer matematikken i denne sammenhengen og i stedet ser på mer generelle egenskaper til studenter med høg intelligens, kan vi trekke ut følgende konklusjoner: ”The major difference (...) lay in the orientation, organization, and reflection phases of problem solving. The gifted students invested a considerable amount of time in trying to understand the problem situation, identifying the assumptions clearly, and devising a plan that was global

³⁰⁰ Illustrert vitenskap 14/05, side 26

³⁰¹ Illustrert vitenskap 14/05, side 29

³⁰² Sriraman 03

³⁰³ Stanford Achievement Test

in nature (...) they did consistently work their way up by beginning with simpler cases that modelled the given problem situation.”³⁰⁴

Samme undersøkelse måler en klar forskjell i følelsesmessig engasjement, affekt, hos begavede studenter i forhold til de andre. De begavede opptrer på en spørrende og nysgjerrig måte, de er sta og utholdende, opphissa, frustrerte og de ønsker å kommunisere med andre.³⁰⁵ Noen av disse egenskapene er slike som vi ikke automatisk forbinder med den vellykka eleven, og derfor finner jeg dem interessante.

Intelligens er muligens en medfødt egenskap, og derfor er den en konstant som er uinteressant for andre enn for samfunn som tidlig sorterer mennesker. Men jeg vil gjerne fokusere på en annen side ved intelligens. Vi kan nemlig ta styringa over deler av den. Hvis intelligens og begavethet – jeg bruker begrepene om hverandre – er knytta til det å være sta, nysgjerrig, utholdende, kommuniserende, skulle det være mulig å legge vekt på nettopp dette ved å finne ut: Hvordan kan vi gjøre elevene og barna våre nysgjerrige? Hvordan kan vi gjøre dem utholdende og sta?

En annen undersøkelse prøver å knytte intelligens til *læringsforhold i skolen*: ”Allerede mot slutten av førskoleåret viste barna som hadde gått i klasse med lavt elevtall et forsprang innen leseferdighet på 0,5 måneder i forhold til barna som hadde gått i klasse med høyt elevtall; etter endt 1. klasse, har dette forspranget økt til 1,9 måneder, etter endt 2. klasse var forspranget blitt 5,6 måneder og etter endt 3. klasse, 7,1 måneder i forhold til elevene i de store klassene.”³⁰⁶ Dette ser flatterende ut, men må ikke generaliseres. Likevel viser det at det fins konkrete betingelser i livet som påvirker prestasjonene: Og det er nettopp slike betingelser jeg er på jakt etter.³⁰⁷

Jeg berørte nettopp ett forhold i skolen. Hva er det med skolen som gjør at oppholdet der er vellykka for noen, og ikke for andre? Hva er den gode skole? Rammebetingelsene for skolen er av bygningsmessig karakter, henger sammen med læremidler og lærebøker, med timeplan,

³⁰⁴ Sriraman 03, side 162

³⁰⁵ Sriraman 03, side 159

³⁰⁶ Utdanningsforbundet 02, side 4

³⁰⁷ 7,1 måneder er lik 0,6 år, dvs. at en 9-åring har IQ som en 9,6-åring: $\frac{9,6 \cdot 100}{9} = 107$. M.a.o. vil lærertetthet ha

– dersom dette også vil påvirke de andre sidene ved intelligens – påvirka IQen slik at den har økt med 7 poeng. Besnærende men det fins neppe noen automatikk i dette fenomenet.

lærertetthet og lærertyper og undervisningsmetoder i brei forstand. Dessuten er mengde undervisning, antall timer pr. uke samt pensum viktige momenter. Og sammen med mengde undervisning henger naturligvis fravær fra undervisning.

Det er vanskelig å finne svar på *hvordan skolen bør være*. Foreløpige PISA- og TIMSS-undersøkelser gir tvetydige resultat. Det fins undersøkelser som framhever lærertetthet som betydningsfull for skoleresultatene. Likevel hevder nåværende undervisningsminister³⁰⁸ at lærertetthet ikke har betydning: Hun bruker TIMSS-resultat som plasserer norske elever midt på skalaen når det gjelder realfagsresultater samtidig som vi har en relativt sett dyr skole, dvs. små klasser. Så enkelt er det naturligvis ikke. Denne statistikken er et resultat av at mange svært små skoler i Norge – som følge av landets geografi – trekker statistikken opp når det gjelder kostnader, uten at vi kan si at vi egentlig har små skoleklasser i dette landet. Men statistikken er tvetydig. Like vanskelig er det å peke på undervisningsutstyr eller lærebøker som viktige årsaker til gode eller dårlige resultater.

Det fins muligens ett særpreg ved norske *læreplaner*: I realfagene har norsk skole valgt en både – og linje. Elevene skal anvende lærestoffet, *tenke praktisk*, og de skal *lære teorien*. I Norge har vi brukt elektroniske hjelpemidler i skolen, fra de kom på markedet. Dette spenner fra bruk av film og video i morsmåls-, fremmedspråks- og samfunnsfagundervisninga til kalkulatoren i matematikk. Og vi ser det tydelig innafør informatikkfaget: Programmering har alltid vært for de svært få, mens integrerte pakker med et enkelt grensesnitt kom inn i skolen allerede på 1980-tallet i IT-undervisninga. Matematikk muntlig forsvant som disiplin med skolereformen i videregående skole i 1975, og derved også arbeidet med å få elevene til å forklare og samtale om hva de gjør og skal gjøre. Vi har hatt tendenser til at metode har blitt nedtonet, men likevel ikke på langt nær i så stor grad som i land der man har brukt flervalgsoppgaver³⁰⁹. Lenger sør i Europa, både i Tyskland, Frankrike, Sveits, Østerrike, Italia og Spania, er det vekt på teorien, og bruk av kalkulator er nedtonet i forhold til hos oss. Et annet viktig forhold er at norsk skole er inkluderende: De 13 åra er for alle, alle får anledning til å ta allmennfag, og skole og myndigheter prøver å la alle stå, dersom ikke fraværet har vært urovekkende høgt. Tendensen har også gått videre til universitet og høgskoler der for eksempel allmennlærerstudiet helt fram til i år bare har krevd bestått vitnemål – med noen

³⁰⁸ Kristin Clemet, utdanningsminister fra 2001.

³⁰⁹ Multiple-choice, velkjent fra bl.a. USA.

kjernefag – for å komme inn.³¹⁰ Denne type inkludering har sannsynligvis en effekt på norsk skole når det gjelder resultater. Og innafor realfagene har det faktisk vært vanskelig å motivere andre enn dem som skal inn på lukka studier – for eksempel de som ønsker å bli leger – til å jobbe hardt for å få gode karakterer. Det er ikke noe klart signal fra det norske samfunnet som oppmuntrer for eksempel en som tenker på ingeniørstudiet til å jobbe for å bli god i faget fysikk begrunna med at det har sammenheng med det yrket han skal bekle noen år seinere.

Det er heller ikke enkelt å knytte faglige prestasjoner til *skolebygning eller utstyr*. Vi kan nok tenke oss at dårlig inn klima er viktig, at gratis matsservering kunne vært av betydning eller at velutstyrte spesialrom kan ha effekt. Men vi veit det ikke.

Enda verre er det å kople lærer til resultat: Kan *læreren* sitt fag? Har han empati eller er han ondsinnet og sarkastisk? Forklarer han godt nok for alle? Er han for streng i karaktersettinga? Stiller han med tilleggsstoff? Er han entusiastisk eller mer av en søvngjenger? Er han mann eller kvinne? Har han fordommer? For det første har det vært vanskelig eller lite ønskelig å måle den enkelte lærers kvaliteter i klasserommet. For det andre er det en relativt vanskelig sak å gjøre det. Det er mulig det fins deskriptive studier av ulike lærertyper. Men det er kanskje viktigere å analysere hvordan ulike lærertyper eller ulike læreres forståelse for faget nedfeller seg i undervisningsmetoder. En studie³¹¹ – som ikke er stor nok i omfang til å trekke vidtgående slutninger – knytter den læreren som i utgangspunktet er relativt uinteressert i sitt eget fag utover sjølve undervisninga til en *formalistisk og fantasiløs undervisningsmetode*. Motpolen – læreren som til stadighet er på jakt etter ideer i faget, som har en genuin interesse for faget også utafør skolestua – underviser med *entusiasme og på en prosessorientert måte* der undervisninga er relativt *åpen*. En tredje type – som er opptatt av anvendelse av faget, nytteverdien – gjennomfører undervisninga på en instrumentell og mekanisk måte med *så lite variasjon som mulig*. Dette er naturligvis tre stereotypier, men de rommer litt mer enn andre stereotypier som på en mer folkelig måte omtales som ”gestapisten”, ”barnehagetanta”, ”professoren” eller ”den myke mann”. Det ligger naturligvis i kortene at entusiasten er den foretrukne lærertypen. Men hvorvidt denne typen lykkes best, er noe mer usikkert. Mange elever lykkes faktisk best når undervisninga er velkjent og uten overraskelser. Og mange

³¹⁰ Det er fra og med høsten 2005 innført minstekrav – karakteren 3 i norsk og matematikk – for å få lov til å studere til allmennlærer.

³¹¹ Thompson 82

elever foretrekker oppskriftsundervisninga. Men vi veit jo faktisk heller ikke om elevene veit sitt eget beste i en slik sammenheng...

Foreløpig har jeg lite å tilføye til dette ganske spede bildet av hva som har betydning i en undervisningssituasjon. Men jeg har planer om å kunne gi svar på akkurat det i denne undersøkelsen. Foreløpig har jeg bare én konklusjon – og jeg er ikke den første som har satt den fram: Undervisning nytter! Mange undersøkelser har kommet til denne konklusjonen. Norske elever skårer i internasjonal sammenheng relativt best på emner som er godt dekt i læreplanene. TIMSS 2003 viser en entydig sammenheng når det gjelder de naturfaglige emnene som beskrives.³¹² Det kan virke litt sjølmotsigende at matematikere som Gauss, Galois, Pascal og delvis Abel fikk undervisning av nær familie i stedet for på skolen, men de fikk altså undervisning! Og det er poenget. For en del år sia kontrollerte jeg alle elevene på min egen skole³¹³. I Høstsemesteret hadde elever med såkalt stort fravær – alle hadde over 10% – gjennomsnittlig over én karakter lavere gjennomsnittskarakter enn resten av skolen. Denne undersøkelsen er på sett og vis overbevisende, men det er vrient å si hva som er årsak og hva som er virkning: Er fraværet – et såpass stort fravær som 10 % kan ikke være ordinær sykdom – et resultat av dårlige skolerresultater, eller er dårlige skolerresultater en følge av stort fravær? Jeg er ikke blind for at begge svar er mulige, men det endrer ikke oppfattelsen av at fravær har betydning, det vil si at *skolegang har positiv betydning for læring*. En uformell liten undersøkelse i en klasse³¹⁴ jeg hadde i fjor, viste at konklusjonen ser riktig ut: Guttene hadde over 10% bedre matematikkresultater enn jentene da de begynte på skolen høsten 2004. Etter den tid hadde svært mange gutter og svært få jenter stort fravær. Situasjonen etter tre måneder var at jentene hadde over 10% bedre resultater enn guttene i matematikk. Og trass i at grunnlagsmaterialet er litt snautt, er dette ei måling som viser ei utvikling der fravær fra skolen har hatt ei utvetydig betydning for målbare resultater.

Har *teknologiske ferdigheter* noe med matematikkforståelse å gjøre? Kalkulator teknologien slapp inn i skolen allerede på 1970-tallet, og det har vært sagt mye for og mot bruk av lommekalkulator. Det er naturligvis ingen tvil om at den er nyttig, men spørsmålet som ofte dukker opp, er om den hindrer oss i å lære viktige ferdigheter og integrere dem i egne matematikkunnskaper. Er det en fordel at vi slipper å utføre tallberegninger på egen hand,

³¹² Grønmo 04, side 204 - 205

³¹³ Nordreisa videregående skole i Troms som på det tidspunktet hadde rundt 400 elever fra hele Nord-Troms.

³¹⁴ Én klasse med rundt 20 elever – litt tynt å konkludere utfra, men likevel...

men alltid kan bruke kalkulator? Gjør teknologien noe med matematikkferdighetene til elever i dag som gjør at de mangler viktige ferdigheter som foreldre – eller kanskje helst besteforeldre – hadde? Eller åpner denne kalkulatorbruken for at de kan konsentrere seg om viktigere og mer avansert matematikk fordi kalkulatoren kan gjøre såpass mye av arbeidet? Det er sannsynlig at evnene i tallbehandling har fått lide. Vi har riktignok et problem fordi denne endringa er vanskelig å måle over tid: Det er først i moderne tid at store matematikkundersøkelser har sluppet inn i norsk skole. Det har vært politisk motstand mot slikt tidligere, og de normerte prøvene som fantes på 1970-tallet – som kunne gitt oss kunnskapene – blei forlatt for lenge sia.³¹⁵ I våre dager innfører mange skoler ordninger slik at alle elever får hver sin PC. Ei typisk formulering i utredningene i den sammenheng er slik: ”Arbeidsgruppa mener at fordelene ved innføring av bærbar PC til elever i videregående skoler (...) langt overskrider de ulemper ved praktiske utfordringer som vi vil stå overfor.”³¹⁶ Det var forunderlig at innføring av lommekalkulator i matematikk gikk så glatt som det gjorde for 30 år sia. Men det har kanskje sammenheng med det klimaet som var i skolen: En stor, ny generasjon lærere – populært kalt 68-erne – fylte opp skolene, og ofte gjorde denne nye generasjonen, spesielt i de nye skoleslagene ”ungdomsskole” og ”videregående skole”, ting annerledes enn den lærerrolla de hadde vokst opp med. I noen tilfelle skjedde dette som en forlengelse av et ungdomsopprør.

At PCen innføres på tilsvarende måte i dag, er mer overraskende: Studier sier merkverdig lite om hva den skal brukes til og hvordan den skal brukes. Og det er forunderlig i hvor stor grad skolen og læremiddelprodusentene har unnlatt å stille krav til maskinvare eller til programvare. Derved er det ytterst få matematikklærere – for å ta dem i denne sammenhengen – som har noen begreper om PCens forhold til matematikkfaget. Det forholdet både er og kan bli betydelig, og det kan endre vårt forhold til matematikk dersom PCene blir utnytta slik det er mulig. Slik lommeregneren sannsynligvis kan betraktes som grunnlag for et paradigmeskifte i matematikkundervisninga, ikke nødvendigvis med et vellykka resultat, kan en tilsvarende omveltning der PCen er redskapet, føre til en faktisk kvalitetsendring innafor matematikkfaget. I dag er derimot denne teknologien totalt uinteressant for skole og lærere i realfag. Overraskende nok. Og den er visst uinteressant for maskin- og programvareprodusenter. Dersom en for eksempel skal bruke en PC for å utføre

³¹⁵ Dagens Nasjonale prøver vil – etter ei tid – kunne gi oss dette måleinstrumentet dersom de blir designet for akkurat det.

³¹⁶ Svinterud 05, side 29

matematikkoppgaver på et visst nivå, må en i dag regne med å gå innom fem til ti ulike program eller applikasjoner.³¹⁷

Undervisning er en *kulturell aktivitet*. Denne påstanden er satt fram som et resultat av videostudiene omkring TIMSS 1995³¹⁸. Bakgrunnen er den kjensgjerninga at undervisning i ulike land er forskjellig, og at den innen både homogene og heterogene land er svært ensarta i hele landet. Til og med i det svært heterogene USA er undervisning merkelig ensarta. Så lenge undervisningsstil ikke detaljstyres av lærerutdanningsinstitusjonene, må den være mer eller mindre implementert i et lands kulturelle sjølforståelse og kulturelle klima. Muligens er det en sammenheng mellom det overraskende faktum at mange verdensberømte matematikere³¹⁹ har fått undervisning hjemme i stedet for på skolen. Og nettopp den familiekulturelle sida av denne undervisninga må ha vært et gode for dem. Jeg skal ikke våge meg på å mene at hjemmeundervisning står for en alternativ undervisningskultur. Jeg tror heller at svaret ligger i det ensarta ved å bli født i, vokse opp i og undervises i nøyaktig samme kulturelle miljø, har betydning. Metodene er homogene over svært lang tid. Og derved vil undervisningskultur som begrep inneha en mye større kraft enn det vi tradisjonelt sett regner med. Hvis dette er riktig, er det et poeng som det burde være mulig å arbeide med og forbedre i norsk skole.

Finland har vært en overraskende vinner i PISA-undersøkelsene i 2000³²⁰ og i 2003³²¹. Er det noe spesielt med undervisningskulturen i *enkelte land* som er verdt å merke seg? Det kan være nyttig å merke seg at finske barn er blant verdens beste lesere. I OECD-landene var det 10 % av elevene som nådde høyeste lesekyndighetsnivået, i Finland var prosenten 18 og i Norge 11 %.³²² Tar vi den litt mer romslige gruppa ”ypperlige lesere”, kommer halvparten av de finske ungdommene i denne kategorien, 32 % i OECD og 35 % i Norge. Og bare 21 % av de finske barna er under gjennomsnittet i leseferdigheter, mens 40 % i OECD og 37 % i Norge faller i denne kategorien. Bakgrunnen for disse resultatene er blant annet at finske barn låner bøker – og leser dem får vi anta – fra bibliotek i langt høyere grad enn andre barn: 44 % av finske

³¹⁷ For eksempel; Tekstbehandler, matematikkeditor i tekstbehandleren, regneark, tegneprogram, geometriprogram, graftegner, kalkulator, algebraisk matematikkprogram...

³¹⁸ Stigler 99, side 99 – 101

³¹⁹ Galois, Abel, Pascal, David Kunszenti-Kovacs. Ramanujan klarte ikke opptakskrava til universitetet i India, og både han og Fermat underviste seg sjøl og slapp derved unna noe av konflikten med å tilpasse seg et skolesystem; Galois klarte vel egentlig aldri å passe inn.

³²⁰ Välijärvi 00

³²¹ Jyväskylä 04

³²² Välijärvi 00, side 8

barn låner bøker fra bibliotek minst én gang i måneden. I Norge er denne prosenten 20 og i OECD er gjennomsnittet 25 %.³²³

Tabell 2: Leseferdighet

Land	Under gjennomsnittlige leseferdigheter	Nest beste Ypperlige lesere	Beste lesere	Bibliotekslån minst én gang pr. måned
Finland	21 %	32 %	18 %	44 %
Norge	37 %	24 %	11 %	20 %
OECD	40 %	22 %	10 %	25 %

Evnen til å lese godt, raskt og nøyaktig er det viktigste hjelpemidlet vi har i læring av fag som presenteres i bøker, tidsskrift eller med elektroniske medier. Finlenderne sjøl legger også vekt på en sterk sjøloppfatning i faget matematikk, men sjøloppfatningen blant gutter – spesielt – i Norge i forhold til matematikk har ikke samme effekt.³²⁴ Vurderinga av finske elever legger også vekt på at læreplanmålene stemmer godt overens med det som testes i PISA-undersøkelsene, men heller ikke her burde for eksempel Norge komme dårlig ut. Finland har et offentlig skoleverk med en homogen skole der nasjonale skiller er små og der elevene går samla i stor grad. Igjen er likheten med Norge slående. Det som muligens skiller Finland ut fra oss og noen andre land, beskrives derimot slik: *”I ett litet och avsides beläget land med ett särpräglat språk har utbildningen uppfatta som ett nödvändigt medel i strävandena att vidmakthålla en dynamisk nationell kultur.”*³²⁵ Og om lærerkreftene sier samme publikasjon dette: *”I Finland har läraryrket av tradition uppfattats som ett av samhällets viktigaste yrken, och stora resurser har satsats på lärarutbildningen.(...) Av dem som lämnar in ansökan till klasslärarutbildningen kan endast 10 procent godkännas. Konkurrensen innebär, att endast starkt motiverade, talangfulla och mångsidigt begåvade studenter kan antas till utbildningen”*³²⁶ De siste to iakttakelsene kan ikke sies å stemme med norsk virkelighet.

Vi har sett at flere av suksesshistoriene jeg har referert ovafor viser at *foreldre* kan ha stor betydning for elever. Det kan også se ut til at spesielle ferdigheter innen matematikk kan hope seg opp i noen *familier*. I norsk sammenheng er familien Selberg fra Langesund et spesielt eksempel der Atle³²⁷, Henrik³²⁸ og Sigbjørn³²⁹ ble professorer i matematikk og Arne³³⁰ i

³²³ ibid. side 19

³²⁴ Kjærnsli 04, Grønmo 04

³²⁵ Välijärvi 00, side 40

³²⁶ Välijärvi 00, side 41 - 42

³²⁷ Atle Selberg (1917 –)

³²⁸ Henrik Selberg (1906 – 1993)

statikk. Fra Sveits kjenner vi Bernoulli-familien – opprinnelig fra Belgia – der Jakob³³¹, sønnen Daniel³³², Jakobs bror Johann³³³ og dennes sønn Nikolaus³³⁴ alle var professorer i matematiske fag samt berømte matematikere. Egentlig er disse historiene ganske lik dem for klassiske komponister der det ser ut til at familie betyr mye for å inneha spesielle egenskaper og talenter i faget. Hvorvidt egenskapene kan knyttes til arv eller til familiekultur, til miljø, er likevel et åpent spørsmål. Igjen refererer jeg til PISA-undersøkelsen.³³⁵ Ovafor skildra jeg skolens betydning. Jeg har ikke tallfesta denne betydninga, men det er likevel fristende å si at forholdene i hjemmet som mors utdanningsnivå, sosial og kulturell kompetanse, foreldres støtte i forhold til å ta utdanning, elevens kulturelle aktivitetsnivå, kulturgjenstander i hjemmet og holdninger til og interesse for lesning er langt sterkere faktorer enn det som foregår akkurat på skolen.

Er det mulig at spesielle miljøer kan virke utviklende for matematiske interesser og egenskaper? ”Ja” virker som et logisk svar. I ungdomsmiljøer – spesielt blant gutter – kjenner vi mange eksempler på at særinteresser dyrkes, og i mange tilfelle springer det spesialister ut fra disse miljøene. Igjen er musikk et godt eksempel. Matematiske ungdomsmiljøer er neppe kjente i Norge. Men beslektede emner som spill og dataprogrammering gror i spesielle miljøer. Blant annet har Lego, den danske leketøyfabrikanten, engasjert seg i robotprogrammering³³⁶ i forhold til grunnskolen, både i Norge og i mange andre land. Dessverre er det likevel lite i norsk skole³³⁷ som stimulerer til programmering av datamaskiner, og ungdomsmiljøer bruker PCen mest til spill på ”LAN-parties”.³³⁸

Har offentligheten, *den offentlige bevissthet*, samtale, debatt noen rolle i utvikling av matematikkunnskaper? Mange TV-kanaler i Norge tar i vår tid opp politiske eller sosiale spørsmål og ber seerne sende inn sine holdninger i enkle svar som ”ja” eller ”nei”, ”for” eller ”imot” som tekstmeldinger pr. mobiltelefon. Denne type journalistikk har vært kritisert av

³²⁹ Sigbjørn Selberg (1910 – 1994)

³³⁰ Arne Selberg (1910 – 1989)

³³¹ Jacob Bernoulli (1654 – 1705)

³³² Daniel Bernoulli (1700 – 1782)

³³³ Johann Bernoulli (1667 – 1748)

³³⁴ Nikolaus Bernoulli (1695 – 1726)

³³⁵ Turmo 04

³³⁶ Lego 05

³³⁷ Før PC-revolusjonen blei det undervist i det matematiske faget programmering. PCen tok paradoksalt nok kvelertak på dette faget, og Reform 94 skrinla det helt og holdent.

³³⁸ Ungdom samles i et stort, felles lokale ei helg og kopler PCene sine i nett, LAN er Local Area Net. Opprinnelig var nok fokuset mer på programmering og intellektuelle øvelser enn det er i dag.

valgforskere og statistikere. Nylig³³⁹ blei det offentliggjort ei sammenlikning mellom slik TV-gallupp og ekte gallupp. Et spørsmål som blei undersøkt, var slik: ”Hva synes du om parkeringsvaktene, er de for grådige, eller gjør de bare jobben sin? Av dem som ringte inn til redaksjonen svarte 96 prosent at parkeringsvaktene var for grådige. I den seriøse undersøkelsen svarte bare 34 prosent at parkeringsvaktene var for grådige.”³⁴⁰ Da TV-kanalen fikk forelagt dette resultatet, svarte programlederen: ”Jeg føler meg sikker på at seerne våre forstår at dette ikke er en seriøs måling, og oppfatter uttalelsene (...) som akademisk arroganse.”³⁴¹ Avisa forteller dessuten at programlederen³⁴² ”har større respekt for det norske folk”³⁴³ enn han har for valgforskeren.³⁴⁴

Denne anekdoten peker på et særpreg i norsk offentlighet og norsk samfunnsdebatt. I mange tilfelle står vitenskap og kjensgjerninger mot økonomiske interesser³⁴⁵ eller mot ideologi, livssyn eller partipolitiske standpunkt. Og derfor kan det være viktig å undersøke om denne offentlige holdningen, den offentlige motsetningen og debatten er meningsbærende i forhold til et lands allmennkunnskap.

Den borgerlige offentligheten³⁴⁶ overtok embetsstandens dyder. I etterkrigstida har det vært sosialdemokratiet som i stor grad har satt standard for den offentlige debatt og den offentlige samtalen. Opprinnelig skulle denne offentligheten være en kulturell motvekt til de borgerlige dydene, særlig eksemplifisert gjennom det kollektive i motsetning til det individuelle. Nå var det naturligvis umulig – sjøl for et eneveldig sosialdemokratisk parti slik Arbeiderpartiet styrte Norge – å utrydde de borgerlige dydene, men fellesskapet og likhetsidealene var viktige elementer i etterkrigsåra fram til sosialdemokratiets fall midt på 1960-tallet. I dag har blant annet mediesituasjonen, men også en nykapitalistisk bevissthet, rota det til for de gamle dydene. At enigheten ikke lenger er rådende, er naturligvis viktig. Men den liberalistiske ideen som dyrker alle innspill i det offentlige rom, uansett hvor riv ruskende gale de enn kan

³³⁹ Dagbladet 11. mai 2005

³⁴⁰ ”Advarer mot TV’s meningsmålinger”, Dagbladet 11. mai 2005. En tilsvarende forskjell blei det i holdning til kjønnskvotering, et emne der det er rimeligere at vi har ei mening basert på kunnskaper enn i holdninger omkring parkeringsvakter: Blant innringere var 91 % mot kjønnskvotering, i den seriøse undersøkelsen var tilsvarende tall 58 %.

³⁴¹ ”Akademisk arroganse”, Dagbladet 11. mai 2005

³⁴² Oddvar Stenstrøm, programleder i TV2s *Holmgang*

³⁴³ *ibid.*

³⁴⁴ Frank Aarebrot, professor

³⁴⁵ Innringningsprogrammene tjener penger på at folk svarer på radio- og TV-gallupper, ofte kan prisene på slike tellerskritt være mange hundre prosent høyere enn det teleselskapene tar i betaling.

³⁴⁶ Habermas 71

være, gjør at viktige synspunkter ikke lenger er så lette å få øye på som i den tida da den offentlige debatten var ung³⁴⁷ og prega av enigheten fra de første etterkrigsåra. Det blei spøkefullt sagt om den sovjetrussiske offentligheten at dersom man sa det man ville, blei det lagt merke til – men man blei arrestert; i Vesten, derimot, fikk man si det man ville, men der ville ingen legge merke til det.

I vår tid er det de politiske partiene som i stor grad preger offentligheten. Det er de politiske partiene som beskriver hva vi mener om dette og hint. Og det er av og til forbausende å se på hvilken måte de politiske partienes dagsorden fastsetter utdanningspolitikken og kunnskapsbildet i det norske samfunnet. Jeg skal ikke påstå at jeg kan grunngi dette utfra noen vitenskaplig undersøkelse, men det er viktig å påpeke visse viktige trekk i *vår kollektive holdning* til fagene og til matematikk i særdeleshet. Og trass i at enkeltsynspunkt er noe spissformulert og at man ikke finner synspunktene uttalt i noe partiprogram, er helhetsbildet jeg trekker opp av en viss substans.

Arbeiderpartiet sto for skoleutbygginga etter krigen og klarte å gjennomføre sosialdemokratiets ønske om en kvalitativt god skole for alle, opp til 16 års alder. Likhetsprinsippet var viktig, langt viktigere enn eliteskoler og forskjellsbehandling. Dette sverdet var tveegget, for partiet har også hatt en viss motstand mot den velutdanna intellektuelle. Historia har sammenheng med den proletære offentlighet som arbeiderbevegelsen sto for. Den siste skolereformen, R94 og L97, var partiets siste verk.

Det går an å se på den offentlige debatt om skole som en debatt langs fire ulike akser:

- *Evaluering*
- *Innhold*
- *Undervisningsmetoder*
- *Kunnskapssyn*

Debatten om *vurderingsformer* starta for alvor i 1960-åra, og jeg tror det er riktig å si at den egentlig var initiert av elever som så det mangelfulle i å få en bokstav som eneste respons på innleverte arbeider. Dette utvikla seg til en hard politisk drakamp hvor Arbeiderpartiet og Sosialistisk folkeparti markerte seg som kritikere av et system som ikke kan fungere godt for

³⁴⁷ TV-debattene på NRK i 1960-åra.

dem som aldri klarer å få gode karakterer, men som likevel har utbytte av å gå på skole. Høyre blei fort partiet som forsvarte den tradisjonelle bruken av karakterer. Debatten har etter hvert forlatt skolen og lever sitt eget liv i Stortinget og i mediene, og dreier seg i dag om fritt skolevalg, offentlig vurdering av skoler og lærere, nasjonale prøver med vurdering av kommuner opp mot hverandre og om konkurransens plass i skolen. Internasjonale undersøkelser som PISA og TIMSS er også en del av debatten for og imot karakterer i skolen. Men debatten er altså en politisk og partipolitisk debatt.

Innholdet i skolen diskuteres offentlig hver gang nye læreplaner skal innføres. Og til en viss grad føres debatten i skolen, men det er faktisk ikke skolene som er sterkest som pådriver i forhold til nye planer. Og med en viss rett kan man si at trass i flere dyptgripende reformer de siste 30 åra, kjenner de fleste lærere seg i dag igjen i skolehverdagen slik den arta seg på 1970-tallet. De mest synlige endringene er utstyrmessige, og ikke innholdsmessige eller metodiske. Men debattene er synlige. Og viktige aktører i debattene er privatskolene. Begrunnelsen for privatskoler i det hele tatt i Norge, er først og fremst kristendommen som livssyn og de kristne skolene som reelle alternativer. At det i tillegg fins Steinerskoler og Montessoriskoler, endrer ikke dette bildet: Steiner-pedagogikken har ingen utprega viktig plass i Norge, og Montessoriskoler har vært stifta først og fremst som resultat av at den offentlige skolen legges ned.³⁴⁸ Kristne skoler, derimot, løser et problem for en omfattende minoritet i landet: Store grupper tror på djevler og djevelutdrivelse. Store grupper leser Bibelen bokstavelig og tror på skapelsesberetningen og at verden bare er 6000 år gammel. Og store grupper ønsker at ungdom ikke skal lære om homofili, prevensjon eller seksualitet. Og garantisten for at slike syn skal fortsette å eksistere og overleve kunnskapssamfunnet, er Kristelig folkeparti. At de borgerlige partiene også støtter ideen om privatskoler, er en annen sak. Og den har ikke nødvendigvis sammenheng med at andre partier ønsker et alternativt innhold.³⁴⁹

Innhold og *pedagogisk praksis* henger sammen, og en annen debatt som har versert i offentligheten, er den såkalte nytteverdien av kunnskap. Debatten har også vært intern, men i mange tilfelle har skolene ikke deltatt i denne debatten heller. Høgskoler har derimot markert seg – samt industrien. I dette tilfellet vil det være vrient å plassere politiske hatter på

³⁴⁸ Dette er et synspunkt mange vil være uenige i. Jeg våger det likevel fordi denne såkalte alternative pedagogikken bare har et skinn av å være et alternativ. Forskjellen til offentlig skole er egentlig ikke reell fordi den offentlige skolen godt kan benytte tilsvarende metoder.

³⁴⁹ Sterke krefter ønska at det skal etableres skoler i Norge som har ett mål: Å tjene penger på undervisning.

synspunktet. Men de som har villet slå politisk mynt på industriarbeideren, har forsvart nytteverdien: Både Arbeidernes kommunistparti (m – l) som i dag utgjør deler av Rød valgallianse, og Arbeiderpartiet har gått til angrep på skolekunnskap uten rot i virkeligheten. Forsvarere av klassisk dannelses og allmenne kunnskaper har vært en underlig allianse av Høyre – med flere borgerlige partier – og Sosialistisk venstreparti, sjøl om SV også har villet tekkes industriarbeideren.

Den siste motsetningen vi legger merke til i den offentlige debatten, er så vidt jeg kan se en debatt om *kunnskap* i seg sjøl. Internt i skolene og blant lærere er den formelle kompetansen viktig. Men krefter utafør skolen har ønska et ikke fullt så strengt syn på kunnskap og kompetanse. Og det har ført til at høgskoler og universitet samt arbeidsplasser har sluppet til personer som mangler formelle bevis på at de innehar de rette kunnskapene. Man kan av og til ane en viss opportuniste i næringslivet når man heller ansetter en billig ufaglært enn en dyr arbeider med formelle kunnskaper. Og en tilsvarende opportuniste finner vi hos grupperinger som forneker kunnskap: Enten det gjelder kristne fundamentalister som forneker vitenskaplige teorier og kjennsgjerninger, eller Fremskrittspartiet, som for eksempel har vedtatt at klimaendringer ikke er menneskeskapt og at forurensning ikke er noe problem.

Poenget med denne litt spissformulerte gjennomgangen er – dersom leseren aksepterer den – at den offentlige debatten slik den først og fremst manifesterer seg på TV, stadig er på kollisjonskurs med utdanningsinstitusjoner, og at det sjelden er kunnskapsformidlerne som preger det offentlige rom. Det er faktisk slik at lærere i mange tilfelle føler behov for å korrigere TV-program fra kvelden før fordi den offentlige diskusjonen – som oftest føres den på TV – både formidler faktiske feil og tvilsomme holdninger, holdninger som bryter ned den kunnskapen og de verdiene som formidles i skolen. Til en viss grad er debatten partipolitisk styrt, og hvis den har betydning, kan den bare være av negativ karakter for skolen og for kunnskapsklimaet. Det er naturligvis synd.

Det går naturligvis an å bruke det offentlige rom på en positiv måte også. Og jeg tror at etableringa av såkalte tenketanker kan være en slik positiv bruk. De gir en mulighet til å initiere debatter basert på kunnskap og på fornuftig resonnement. Stort sett har det riktignok vært en politisk venstreside som har vært pådriver i en kulturell og kunnskapsmessig offentlig debatt. Jeg har vært inne på litterære forbilder som tidligere har gitt næring til samfunnsdebatten. Og i norsk sammenheng kan vi trekke tråder til både bohème-bevegelsen i

1880-åra, til Mot Dag i mellomkrigstida, til atommarsjene og til studentopprørene rundt 1970, alle prega av denne venstresida. I dagens postindustrielle samfunn – og spesielt et år som inneværende med en valgkamp³⁵⁰ der de gamle ideologiske motsetningene mellom en borgerlig og en sosialistisk fløy igjen er en realitet – har flere tenketanker med ulikt politisk-kulturelt grunnsyn vist seg i den norske offentligheten.³⁵¹ *Civita* er stifta på initiativ fra NHO og argumenterer blant annet for ”at markedsøkonomien er riktig fordi det også er etisk overlegent systemer som baserer seg på ulike grader av tvang”.³⁵² *Liberalt Laboratorium* ønsker blant annet ”å bygge en visjon for et solidarisk, liberalt samfunn i fremtidens Norge”.³⁵³ *Manifest* springer ut av ungdomsorganisasjonene til SV og RV og ønsker ”å levere fakta og analyser som venstrepolitisk aktive mennesker trenger hver dag.”³⁵⁴ *Attac* hører også med i denne floraen. Et av målene for Attac er å ”støtte kravet om allmenn sletting av den offentlige gjelden i fattige land og en bruk av de frigjorte ressursene til beste for befolkningen og en bærekraftig utvikling”.³⁵⁵ I en avisartikkel jeg har nevnt, uttrykker en av dem³⁵⁶ som de siste åra har debattert ideologi i dagens Norge at han frykter kårene for verdikonservatismen: ”Er det venstresiden som må være verdikonservativ? Svaret er ja, og jeg kan levende forestille meg en allianse mellom Stein Ørnhøi og Lars Roar Langslet. De har helt klart mer til felles enn Langslet og Victor Norman”.³⁵⁷

Når vi ser på de politiske partiene og debatter som springer ut av partiskapte konflikter som mulige kilder for kunnskapsnivå i et samfunn, bør vi også ta med et spørsmål om regjeringsmakt kan være en relevant faktor. Er kunnskapsnivået annerledes under den borgerlige regjeringa vi har hatt inntil nå³⁵⁸ enn det var under sosialistiske regjeringer tidligere? Vil kunnskapsnivå være annerledes i et samfunn prega av liberalisme, privatisering og lav skatteinngang enn i et samfunn med statskapitalisme, planøkonomi og et større offentlig engasjement? Dette er det naturligvis vanskelig å svare på, og det går ikke an å sammenlikne politiske styresett og økonomi fra land til land og trekke konklusjoner omkring matematikkferdigheter, sjøl om det *kan* være sammenhenger. Jeg skal heller ikke trekke

³⁵⁰ Stortingsvalget 12. september 2005

³⁵¹ Morgenbladet sommeren 2005

³⁵² <http://www.civita.no/civ.php> og Kvåle 05

³⁵³ <http://liblab.swib.biz/> og Kvåle 05

³⁵⁴ <http://www.stiftelsenmanifest.no/> og Kvåle 05

³⁵⁵ <http://www.attac.no/>

³⁵⁶ Bernt Hagtvat (1949? -)

³⁵⁷ Kvåle 05

³⁵⁸ Koalisjonen Kristelig folkeparti, Høyre og Venstre regjerte fram til høsten 2005, da de mista flertallet på Stortinget til en ny koalisjon av Arbeiderpartiet, Sosialistisk venstreparti og Senterpartiet.

bombastiske slutninger. Men det kan likevel være rimelig å peke på at et samfunn med kort offentlig hukommelse – som det norske i vår tid – kan ha visse svakheter når det gjelder dannelse og kunnskapsnivå. I vår tid endrer mye seg raskt, men det er påfallende at et populistisk politisk parti kan endre standpunkt over kort tid³⁵⁹, og likevel bli tatt alvorlig. Slik var det ikke tidligere. En idéhistoriker³⁶⁰ har pekt på et interessant fenomen som sier noe spennende om bevissthet og mentalt klima i vestlige samfunn i vår tid: ”Hvorfor valgte *the founding fathers* akkurat ’uavhengighetserklæring’ når³⁶¹ de skulle postulere sin nasjonale suverenitet?³⁶² Jo, fordi de tilhørte en republikansk tradisjon som nettopp oppfattet frihet som *uavhengighet*. I dagens amerikanske politiske filosofi – for eksempel hos liberaleren John Rawls – opererer man med et helt annet og mye fattigere frihetsbegrep.”³⁶³ Eller i klartekst: ”Vårt språk om frihet ville vært tyranniets språk på 1700-tallet.”³⁶⁴

Vårt land legger ikke vekt på at lærere skal rekrutteres fra de mest skoleflinke. Og Norge kunne vært langt mer raus når det gjelder bevilgninger til forskning. Dette *må* sende signaler i forhold til hvorvidt kunnskap er viktig, og det kan neppe tolkes som positivt eller som styrkende for høyere utdanning.

Jeg har heller ingen empiri å støtte meg på når det gjelder det norske begrepet *skoletrøtthet*. Jeg veit ikke om fenomenet er spesielt norsk. Men jeg har en mistanke om at begrepet er mer akseptert som en slags naturlov i Norge enn i mange andre land. En norsk professor i praktisk pedagogikk³⁶⁵ har i 30 år sverga til en skoletype som tok utgangspunkt i nærmiljøet, fiskerbondens land, for å motivere elever. Og i år³⁶⁶ lanserer han ideen om at elever kan være utbrente. Jeg finner ideen relativt suspekt: Det er sider ved det norske samfunnet som ikke ser på utdanning og kunnskaper som så viktige som mange andre land. Jeg har nevnt Askeladden som et poeng, og jeg mener vi kan stille spørsmålstegn ved skolemotivasjon og evnen til å strebe etter gode skoleresultater hos mange elever i norsk skole. Gutter underpresterer i mange sammenhenger. Men det fins naturligvis store, regionale forskjeller. En lærerkollega³⁶⁷

³⁵⁹ Et eksempel: For få år sia valgte Fremskrittspartiet ei røff holdning overfor hele Nord-Norge. Nord-Norge var ulønnsomt og beboerne var trygdemisbrukere. Nesten ingen stemte da heller på partiet. Fem år seinere er partiet nesten blitt landsdelens største parti, og kritikken av landsdelen har forstumma.

³⁶⁰ Quentin Skinner (1940 -)

³⁶¹ (Hm.)

³⁶² Eksemplet er fra USA i 1776

³⁶³ Gundersen 05

³⁶⁴ *ibid.*

³⁶⁵ Tom Tiller (-)

³⁶⁶ Stadig 2005

³⁶⁷ Bjørn Ræder (1961 -)

som skifta skole for en del år sia, sa at han opplevde at det var langt større ”trøkk” i timene på den skolen han begynte på³⁶⁸ enn på den skolen han kom fra³⁶⁹. Og vi opplever svært ofte at elever hevder de er skoletrøtte og derfor ønsker å ta seg et friår. Dette friåret kan være lønna arbeid eller deltidsarbeid, samt mye fritid.

Men jeg tillater meg å problematisere begrepet. Jeg har vansker for å godta dette fenomenet som at man er trøtt. Det ligger – etter min mening – en del andre elementer som det er verre å snakke om: Dårlige skolerresultater, dårlig støtte hjemmefra, mislykka pedagogikk og lesevansker. Det kan muligens ligge kulturelle forhold som mangel på interesser, ønsket om å underholdes og liten forståelse for plikter og krav. I mange tilfelle ser vi i det norske samfunnet at vi støtter og aksepterer denne trøttheten. En fersk statistisk undersøkelse viser at en tredel av ungdom under 25 år som får støtte fra sosialkontoret, aldri kommer ut i lønna arbeid. Og det er *ikke* logisk at en stor del av norsk ungdom skal være arbeidsudyktige. Men det kan være at vi på en eller annen måte har akseptert at mange er det. Og dette er et fenomen som kan virke inn på læringsmiljøer blant ungdom. En student er i utgangspunktet fattig i vårt – og de fleste andre – land, og når arbeidsledighet og trygd *kan* se ut som ei løsning, kan det påvirke læringsiveren hos noen. La det være helt klart: Jeg sier *kan se ut*. De som faller for dette standpunktet, tar naturligvis feil. Og forhåpentligvis er de svært få. Men signalet om at utdanning ikke lønner seg – en beklagelig realitet i Norge – er problematisk. Et gjennomgående sosialdemokratisk slagord har lenge vært: Lik lønn for likt arbeid. Kombinasjonen med dette standpunktet og at en høgt utdanna skal ha høyere lønn enn en lavere utdanna, er ulogisk. I skoleverket er det for eksempel lønnskilte mellom lektorer og lærere, men begge grupper underviser ofte de samme elevene. Derved ser arbeidet likt ut. Hvordan skal lik lønn for likt arbeid tolkes da? Jeg skal ikke gjøre dette til noen politisk diskusjon, men et syn som har lik lønn som mål, må påvirke interessa for utdanning og muligens framprovosere ”skoletrøtthet” som fenomen. Jeg avslutter denne diskusjonen med å minne om det norske uttrykket ”Han har gjort det godt.” Slik jeg kjenner det, er det ros som bare gis til en person som tjener mye penger. Jeg har aldri hørt det brukt om en person med høg moral og integritet, med god utdanning eller som har utmerka seg i det offentlige rom. Derimot er det en hyllest til penger som alle tings mål. Og det summerer opp mye av den offentligheten jeg ser på som en mulig årsak til skoleprestasjoner – for eksempel i matematikk.

³⁶⁸ Bærum kommune

³⁶⁹ Nordreisa kommune

Et annet aspekt ved matematikkfaget som gjør at det kan ha høy status eller lav status i offentlig sammenheng, er *nytteverdien*. Rein matematikk ”krever ingen innslag av erfaring: Den er et reint tankeprodukt,”³⁷⁰ er et ikke uvanlig synspunkt. Et av de viktigste momentene i G. H. Hardys vakre lille bok *A Mathematician's Apology*³⁷¹ er matematikkens nytteverdi. Det er sjølsagt at matematikk er et nyttig fag som basis for ingeniørkunst slik vi kjenner den tradisjonelt fra de store industrieventyrene, og slik vi kjenner dagens industri. Romerne var eksperter på vegbygging, vannledninger, bruer og mye mer, men den romerske kulturen utmerka seg ikke innafor matematikk og matematisk nytenkning. Tilsvarende er forbindelsen mellom dagens industrieventyr og faget matematikk ikke nødvendigvis synlig for de fleste. For mange som ønsker seg yrker innafor industri eller medisin – for å nevne et par felt – er ikke ønsket om å lære seg grunnleggende matematikkferdigheter like stort. Og både kalkulatorer og datateknologien har de siste 30 åra klart å skjule de grunnleggende regneoperasjonene relativt effektivt. Dette er poeng som gjør nytteverdien mer problematisk enn den var tidligere. Det er mulig dette poenget – matematikk som en slags l'art pour l'art – vil være mer problematisk under noen samfunnsforhold enn under andre. I et lagdelt samfunn der lydighet oppover har høg status, vil det muligens være enklere å godta og bøye seg for et kunnskapssyn der en ikke skal forstå vitsen med det en lærer. Denne type lydighet vil vi finne i militær rangsinndeling, og den var langt mer framtrødende i det norske samfunnet før 1960 enn den har vært etter. Med ungdomsopprøret – og spesielt opprøret innad i de høyere utdanningsinstitusjonene som for eksempel universitetene – blei det stilt spørsmål ved blant annet undervisninga. Det var tendenser til både en såkalt folkelighet og et høgt akademisk nivå i dette opprøret. Folkeligheten krevde at nytteverdien var vesentlig mens en søken etter nye metoder og avansert tenkning var et forsøk på å erstatte en eksisterende offentlighet og et eksisterende politisk syn med et annet. Ut av denne omveltningen kom det to mulige veier: Den ene var pragmatisk og kunne nok ta lett på alt som blei oppfatta som lite matnyttig. Og den andre kunne være svært så teoretisk og tilsynelatende upraktisk.

Hardy hevder at ”The 'real' mathematics of the 'real' mathematicians, the mathematics of Fermat and Euler and Gauss and Abel and Riemann, is almost wholly 'useless' (and this is as true of 'applied' as of 'pure' mathematics). It is not possible to justify the life of any genuine

³⁷⁰ Dummet 01, side 10

³⁷¹ Hardy 04

professional mathematician on the ground of the 'utility' of his work.”³⁷² For å illustrere synspunktet – som kan virke noe spissformulert og sært – kan vi bruke et eksempel: Firefargeproblemet³⁷³ er det klassiske problemet om hvorvidt det trengs flere enn fire farger for å fargelegge et kart slik at ingen tilstøtende land får samme farge. Problemet stammer fra 1852, og det blei ganske snart klart at det holdt med 4 farger. Men beviset? I 1976 blei det gjennomført med en datamaskin som reduserte antall mulige kombinasjoner av land til 1936 (tallet er redusert ytterligere seinere) og deretter kalkulerte seg fram til svaret: Datamaskinen brukte 1200 timer på utregningene, 10000 diagram var nødvendig og ei utskrift som i alt var en papirstabel som var over en meter høy. På den ene sida har matematikken alltid krevd bevis, det er en indre logikk som streber etter bevisføringa for å akseptere matematiske sannheter. Og mange matematikere stiller for eksempel et stort spørsmålstegn ved akkurat dette maskinkalkulerte beviset. Og på den andre sida vil mange synes det er latterlig å måtte bevise noe som har vært en 99,9 % udiskutabel sannhet. Hvorfor ikke godta empirien og la være å strebe etter et absolutt bevis?

Jeg skal ikke diskutere dette poenget videre, men et annet spørsmål i forlengelsen av dette: Hvilken rolle spiller nytteverdien i forhold til vår interesse for matematikk? Spørsmålet må veies mot nytteverdien – dersom den lar seg måle – og om den er viktig i det offentlige rom. I et samfunn og ei tid der kunst for kunstens egen skyld sees som legitimt, der klassikere står høgt i kurs og der det daglige brød ikke er noe stort problem for opinionsmakere, vil det være naturlig at nytteverdien er mer irrelevant enn i et samfunn der økonomi og lønn er viktige debatttema. Under den såkalte jappetida,³⁷⁴ da kort utdanning innafor økonomi var spesielt populært, var nytteverdien viktig for mange studenter og mye ungdom. Dette var også ei tid – 1980-åra – da studier og boliger blei svært mye dyrere, studiefinansieringa i vårt land blei dårligere og ønsket om å tjene godt kom på dagsorden i langt større grad og blant langt flere ungdommer enn for eksempel i tiåret før, da idealer hadde høgere status. Rolla til jappene blei raskt utspilt, men også i vår tid står skattelette, lave levekostnader og høg lønn på dagsorden i en slik grad at det preger samfunnsdebatten. Og omlegging av høgere studier, effektivisering av studietid og innstramming i tildeling av studielån er med på å styrke ideen om ”det nyttige” hos den enkelte student – og skoleelev. Vi har også merka tendensene i de siste års skoledebatter: Kravene til skolene har vært nytte og underholdning. Politikere har vært opptatt

³⁷² Hardy 04, side 119 – 120.

³⁷³ Wilson 02

³⁷⁴ japp, YAP – young aspiring professional, ungdom med kort utdanning som hadde som mål å tjene mange penger på en rask måte.

av at motivasjon gjennom blant annet nytteverdien skal være drivkrafta i skolen. Motstand mot både tavleundervisning og utenatføring drar i samme retning.

Og for å gjøre ei lang historie kort: Den offentlige holdningen til læring og til et teoretisk og filosofisk fag som matematikk har gått i retning av anvendelse og nytte, noe som ikke kan virke spesielt motiverende i forhold til tallteori og algebra og de grunnleggende ferdighetene som skal til for at man skal være riktig *god* i matematikk. Slik sett mener jeg offentligheten som bakgrunnsteppe også blir viktig i innlæring av matematikk. Og min vurdering er at denne offentligheten slår relativt negativt ut i vårt land og i en del andre tilsvarende kulturer. Muligens er effekten spesielt sterk i Norge som framstår som et nyrikt land der nettopp rikdom er blitt så viktig at – unnskyld uttrykket – de skjønne kunster ikke spiller noen stor rolle.

Og dermed er det på tide med ei større oppsummering før vi går løs på nærstudiet av PISA 2003:

Oppsummering så langt: Ingen tese er god uten en antitese.



376

Jeg har påpekt noe mange oppfatter som særnorske fenomen, men som de seinere åras matematikkundersøkelser nyanserer noe: I mange sammenhenger blir norsk skole sett på som upraktisk og unyttig. Som alternativ til skole har vi i vårt land stor tro på at den som vil lykkes uten formell utdanning. Dette har nok sammenheng med at vi bor i et land med et nært forhold til primærnæringene. Norge er et land som seinere enn andre industriland har blitt urbanisert, og av den grunn har vi et spesielt forhold til det å være sin egen lykkes smed. Derfor skorter det på skolemotivasjon spesielt hos gutter, mens jenter ikke helt fanges av denne myten: De ser mer på utdanning som sin måte å lykkes på, som en måte å rett og slett bli likestilte. I mange tilfelle kan det se ut som om den norske gutten ikke ønsker å være flink på skolen. Vår overdrevne dyrking av idrettshelten understreker denne kulturen: Denne helten er en representant for noe urnorsk. Går vi videre til de undersøkelsene jeg har referert, ser vi eksempler på at kulturen i den enkelte familie er viktige forutsetninger, kanskje viktigere enn skolen. Derfor er det mange internasjonale eksempler på at hjemmeundervisning har ført fram.

Matematikkfaget er spesielt fordi det for mange står fram som et fag med en egenverdi, nærmest som et underholdningsfag, en hobby. Og her passer muligens faget best for den monomane, lekende gutten. Fagets rolle i samfunnet er viktig: Med unntak av samfunnsfagenes tidsalder fra 1960-tallet og et par tiår framover, har det siste sekellets mest framtrede fag vært realfagene, både i industrireisningen og i oljens tidsalder. Og det er

³⁷⁵ Kielland brukte i sine romaner alltid kapitler av en mer symbolsk karakter enn de andre kapitlene. Jeg er ingen symbolist, men viser likevel til et visst kapittel i *Gift*.

³⁷⁶ Watterson 91 – Bind 2, side 123

mye som tyder på at naturfagene representerer en helt annen kultur og et helt annet verdigrunnlag enn andre fag. I mange tilfelle framstiller realfagene seg som verdinøytrale, objektive og absolutte, mens humanister ofte peker på at de ikke er det. Det tilsynelatende verdinøytrale kan ha sammenheng med en indre drivkraft som utvikler fagområdet, og ikke alltid ytre nyttehensyn. I mange tilfelle kan realfagene beskrives som enkle eller forenklerende i forhold til andre fag. Dyktigheten hos en matematiker viser seg ofte allerede hos unge mennesker, og kan minne om musikalitet. Men den matematiske hjernen er ikke enklere å fange inn enn andre. Både det logiske, trinnvise resonnementet og det intuitive fungerer. Både en analytisk metode og en holistisk. Den matematisk resonnerende hjernen er først og fremst fleksibel, den har ikke nødvendigvis en god hukommelse, men en hukommelse som kan være selektiv ved at den konsentrerer seg om det vesentlige. Den arbeider både verbalt og visuelt og benytter både samarbeid, diskusjon og individuell konsentrasjon. Matematiske resonnement beskrives som en trinnvis operasjon, fra det primitive til teorem og ny kunnskap, fra ekstrem forenkling til avanserte konklusjoner. Et særpreg som beskriver matematikkens kompleksitet er evnen til å gjøre en prosess til et objekt i videre arbeid. Matematikeren kan være både analytisk og visuelt geometrisk i sin metode, ofte løper disse to egenskapene sammen på en harmonisk måte. Det kan se ut til å være en viss sammenheng med intelligens, men en viktig personlighetsegenskap er evnen til å bruke tid til å forstå, evnen til å engasjere seg og en grenseløs nysgjerrighet. Videre sammenhenger vi har sett på, er skolen: Om den er sosial eller elitistisk, ekskluderende eller inkluderende og om tekniske hjelpemidler har betydning, om praktiske eller teoretiske tilnæringsmetoder er best, og om lærere, pedagogisk klima og læringsmiljø. Dessuten har vi vært inne på et lands samfunnsstruktur, offentlighet og politisk klima og om oppvekst og venner har betydning.

Forsøk på å løse behovene til spesielt begavete studenter har gitt to hovedmodeller: Å akselerere skolegangen ved å hoppe over årstrinn eller kurs. Eller ved å lage såkalte eliteskoler eller –klasser. Akselerert undervisning ser vellykka ut, men vi skal være klar over mulige sosiale og menneskelige forhold i dannelsen av et ungt menneske som ikke beskrives skikkelig i den undersøkelsen jeg har benytta. De mer spesielle skolene baserer seg på tradisjonell pedagogikk med mye utenatføring og automatisering av ferdigheter i tillegg til konkurranser og ei form for kniving og inspirert læring sammen med andre med samme forutsetninger.

Foreløpig har vi gitt svar basert på eksisterende tallmateriale og undersøkelser³⁷⁷, men også på resonnement der det ikke lar seg gjøre å kvantifisere, men også er realiteter i vår sammenheng.³⁷⁸ Jeg er fullstendig klar over at denne lista gir oss dårlige svar. Jeg kunne holdt meg til det dokumenterbare, men det ville vært svært utilfredsstillende. Jeg ville komme til å trekke konklusjoner som for eksempel kunne vært avfeid med synspunktet: Dagens offentlige holdninger til skole og matematikkresultater i at norske elever er dårligere enn andre fordi disse holdningene overstyrer de andre forutsetningene. I stedet velger jeg å ta med en mengde vanskelige forutsetninger og i det minste diskutere dem og prøve å vekke dem mot de kvantifiserbare. Kanskje kan disse ikkemålbare forutsetningene være med på å forklare de noe uventede funnene³⁷⁹ og de mest ulogiske funnene.³⁸⁰

Hva om vi i stedet legger stor vekt på mye av alt dette ikke-kvantifiserbare? Det skulle bli en god antitese: Hva om de relativt skrale resultatene i norsk skole egentlig er en følge av eller et bevis for at vi faktisk lever som romerne i Romerrikets siste dager? Hva om ingen ting av det vi gjør av riktige ting egentlig betyr noe fordi overflodssamfunnet faktisk *ikke kan* skape mennesker som trenger å jobbe seriøst?

Jeg skal i det følgende prøve å se om det likevel lar seg gjøre å se sammenhenger. PISA- og TIMSS-undersøkelsene prøver å påpeke sammenhenger som gjennomsnittsverdier, og de har avgitt sine svar. Jeg skal ta et litt annet synspunkt: Jeg skal forholde meg ganske uskyldsrein i forhold til disse gjennomsnittresultatene. Jeg skal i stedet se på de vellykka resultatene og se hvilke rammebetingelser som kan knyttes til *de beste* norske resultatene.

Mitt hovedanliggende er PISA. Men jeg vil likevel gjennomføre en tilsvarende – om enn litt mer overflattisk – skanning gjennom TIMSS. Og jeg begynner med TIMSS av åpenbart logisk årsaker: Undersøkelsene er like store og utført i det samme landet, men TIMSS tar for seg 8-klassinger, PISA 2 år eldre elever. Derved kan det være at vi kan se utvikling fra 8. til 10. klasse.

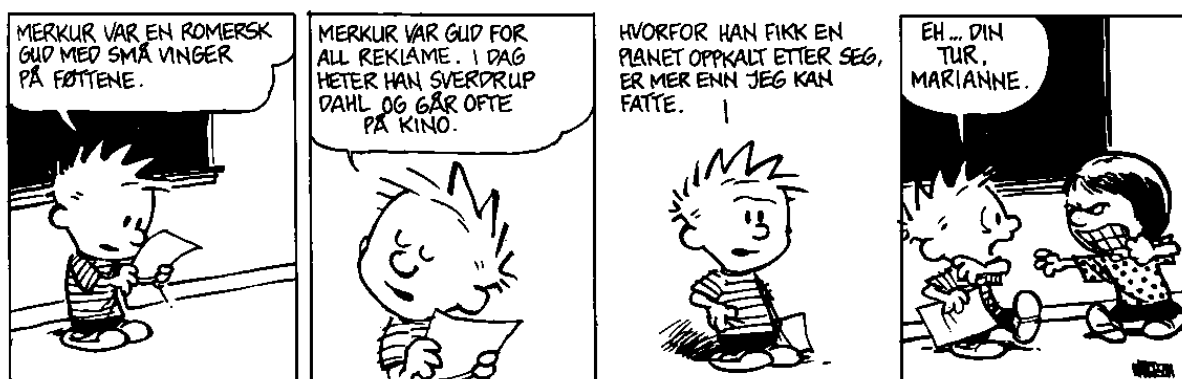
³⁷⁷ Kapitlene *Forutsetninger og generelle resultater* og *Bakgrunnsmateriale*

³⁷⁸ Kapitlene *Hva er egentlig realfaglig kompetanse?* og *Bakgrunnsfaktorer*

³⁷⁹ Sjøberg 05, omtalt i underkapitlet *Objektive mål?*

³⁸⁰ Turmo 04, samt omtale i underkapitlet *Skolene*

Suksess



381

Etter denne lange – og til tider omstendelige – innledningen om hva som *kan* være avgjørende forutsetninger for å lykkes eller mislykkes i matematikk, skal vi nå ta for oss PISA 2003 og undersøke hva dette tallmaterialet kan fortelle oss spesielt om dem som lykkes i faget. Jeg skal bruke TIMSS som bakgrunn, som kontroll, for den egentlige undersøkelsen av PISA-resultatene. Denne referansen kan være nyttig fordi jeg jobber med grupper som statistisk sett kan være for små til å trekke konklusjoner, og derfor trenger jeg bekreftelsen som denne referansen kan gi. Men det er også viktig å understreke at undersøkelsene TIMSS og PISA er ganske forskjellige trass i likhetene:

TIMSS 2003 – ei antydning:

Hvilke forhold som fører til suksess i faget matematikk – ei undersøkelse i dataene fra TIMSS 2003.

Elevene som blei undersøkt i TIMSS 2003 var født i 1989 – med noen få unntak. Det året de fylte 8 år, blei L97 gjennomført. Det vil i praksis si at de begynte på skolen som 7-åringer og fulgte første skoleår etter gammel ordning, M87.³⁸² Deretter hoppa de over 2. klasse og fortsatte etter L97 ut grunnskolen, altså med de 8 siste åra under denne fagplanen.

³⁸¹ Watterson 91 – Bind 2, side 123

³⁸² M87 er Mønsterplanen av 1987: Opprinnelig var Mønsterplanen for grunnskolen innført i 1970, med et par justeringer på 1980-tallet. Mest berømt er vel vekten på lokalt stoff, slik at ikke lærebøkene måtte godkjennes nasjonalt slik som tidligere. Men denne læreplanen fikk altså virke bare ett år for disse elevene.

Vi skal skanne gjennom svarene til 30 beste. Vi skal leite etter korrelasjoner mellom høge matematiske prestasjoner blant 14/15-åringer og hvilke bakgrunnsfaktorer som kan forklare prestasjonene. Det var 4133 norske elever i 8. klasse som fylte ut et *elevspørreskjema*³⁸³ om seg sjøl. I tillegg gjennomførte de samme elevene blant annet ei matematikkprøve. Jeg har trukket ut de 30 norske elevene som fikk høgest skåre på matematikkprøva og sammenlikna svara de ga på elevspørreskjemaet. Gjennomsnittsskåren på de 30 er på 626, de spenner fra 611 til 668. Snittet på hele materialet er 461 med standardavvik på 58³⁸⁴. Utvalget ligger dermed alle over +2,6 standardavvik, snittet ligger +2,8 standardavvik fra sentrum.

Vi kan naturligvis stille spørsmålet om disse 30 egentlig er flinke i matematikk. I norsk sammenheng er de naturligvis det. Men i Singapore – det høgest-skårende landet – er snittet på 605 og standardavviket på 67. De 30 beste norske ville altså være innafor pluss ett standardavvik i Singapore, altså blant de to tredelene med gjennomsnittlig skår i Singapore. I Taiwan, landet med størst spredning og gode resultater, må du ha en skår på over 700 for å havne blant de 5 % beste: Her ville våre beste elever ikke imponere i det hele tatt. Men i nordisk sammenheng – Finland er ikke med i TIMSS, men Sverige, det eneste andre nordiske landet, slår oss (snitt 499, standardavvik 59³⁸⁵) – vil alle de 30 beste norske ligge over +1,9 standardavvik over det svenske snittet, 30 elever er blant de 1,5 % beste i Norge og blant de 2,9 % beste i Sverige.

Når jeg sammenlikninger de 30 beste med alle, er de valgte 30 ikke fjerna fra den totale undersøkelsen. Jeg kommer til å omtale dem i presens, det faller naturlig sjøl om undersøkelsen er to år gammel. Og der det ikke sies eksplisitt, er tallet i parentes gjennomsnittet for hele tallmaterialet – 4133 elever – i TIMSS 2003.

³⁸³ Se vedlegg: TIMSS 2003: Elevspørreskjema

³⁸⁴ Grønmo 03, side 9

³⁸⁵ Grønmo 03, side 9

Tabell 3: TIMSS 2003 - Hjemmet

	Alle 4133	De beste 30
Gutter	49,9 %	56,7 %
Jenter	50,1 %	43,3 %
Snakker norsk hjemme	78 %	97 %
Flere språk hjemme	22 %	3 %
Kjenner hvilken utdanning foreldra har	50 %	82 %
Kjenner ikke til foreldras utdanning	50 %	18 %

Hele undersøkelsen er jamt fordelt mellom begge kjønn, men blant de 30 er det skeivere: 13 jenter og 17 gutter. Alle de 30 er født i 1989.

Familien som bakgrunn³⁸⁶: Blant de 30 utvalgte er det én som aldri snakker norsk hjemme og 5 som snakker andre språk av og til, altså klart ”mer norsk” enn hele undersøkelsen. Kunnskaper om foreldras yrke og utdanning er langt sterkere hos de 30 enn vanlig, sjøl om ikke alle veit hva foreldra har utdanna seg til.

Ingen av de 30 bor aleine med én foresatt og halvparten bor i et hus med 4 personer. Gjennomsnittlig husstandsstørrelse er lik for utvalget og for snittet. Men i utvalget fins det naturligvis husstander på to personer. I ett tilfelle er far født i et annet land og i fire er mor det. To i utvalget er født i utlandet, én kom før han eller hun var 5, den andre etter at han eller hun hadde fylt 10.

Hvis vi ser bort fra ubesvarte skjema viser det seg at mor i gjennomsnitt har ei utdanning på 3 – 5 år ved universitet eller høyskole blant de 30 mot 1 – 2 år ved tilsvarende i hele undersøkelsen. Fars utdanning er temmelig lik mens den gjennomsnittlige faren har en anelse høyere utdanning enn den gjennomsnittlige mora. Blant de 30 er det 5 som ikke har lagt planer for endelig utdanning ennå. Resten har planer om universitets- eller høyskoleutdanning.

Trass i at utvalget vårt er lite, 30 er et lavt tall, er det klare tendenser i undersøkelsen. Litt grovt kan vi si: Elevene som lykkes i matematikk, bor sammen med sine biologiske foreldre som begge arbeider heltid utafør hjemmet. Hjemmene er over gjennomsnittlig utstyrt med

³⁸⁶ Se vedlegg: TIMSS 2003: Elevspørreskjema – Spørsmål 3 – 7 samt 21 – 23

hjelpemidler for skolearbeid. Pedagogisk programvare har riktignok ikke noen framskutt plass utover det gjennomsnittlige. Utvalget har dessuten velutstyrte bibliotek med skjønnlitterære bøker og støttelitteratur til skolegang. Og boksamlingene er relativt store. Mor har høg utdanning, høgere enn far, og elevene har gått i barnehage. Vi har altså en tradisjonell kjernefamilie med innslag av borgerlige dyder som skjønnlitteratur og høg utdanning. Det kulturelt sett vulgære svømmebassenget er så vidt underrepresentert hos de 30.

Holdninger til matematikk og naturfag i skolen³⁸⁷: Alle de 30 gjør det etter eget utsagn bra i matematikk og enda bedre i naturfag på skolen, og halvparten kunne tenkt seg mer matematikk på skolen og enda flere mer naturfag. Halvparten liker å lære matematikk og enda flere liker å lære naturfag. Matematikk og naturfag er enklere for dem enn for de andre, sier de. Utvalget har stor tillit til at de en gang vil forstå nye emner som blir introdusert og hevder at de tar ting svært fort i matematikk og stort sett også greitt i naturfag. Sjøl om hele undersøkelsen har den samme positive tendensen, er den ikke fullt så sterk som i utvalget. Og forskjellene på de to gruppene er klare i matematikk, ikke fullt så utprega i naturfag.

Tilsvarende tendenser ser vi også i forhold til nytteverdien av matematikk og naturfag: De 30 svarer positivt på at matematikk og naturfag er nyttig i dagliglivet og at de trenger matematikk for å komme inn på den utdanninga de helst vil. Holdninga til hvorvidt de tenker seg arbeid som er matematikk- eller naturfagsrelatert er mer indifferent. I alle disse eksemplene er det en liten nyanse av en forskjell mellom utvalget og hele undersøkinga, med de 30 som mest matematikk- og naturfagvennlig.

Verdt å merke seg er det imidlertid at de 30 har mindre tro på at naturfag er nyttig for å lære andre fag.

I beskrivelse av timene er det en liten forskjell på beskrivelsene i utvalget og hele undersøkelsen: De 30 mener at det brukes kortere tid på øvinger i å mestre regningsartene uten bruk av lommeregner, i arbeid med brøker, desimaltall, i tolking av diagram, tabeller og grafer, likninger, funksjoner, gjennomgang av lekser og med prøver. Samme tendensen er det i forhold til naturfaglige eksperiment, undersøkelser, hypotesetesting, eksperimentering, rapportskrivning, presentasjoner, leksegjennomgang og tavleundervisning. Utvalget mener at

³⁸⁷ Se vedlegg: TIMSS 2003: Elevspørreskjema – Spørsmål 8 - 13

de bruker mer tid på å forklare sine egne svar, på å gjøre lekser i timene, på å bruke lommeregner og på å løse oppgaver på egen hand enn undersøkelsen sett under ett.

Det ser altså ut at de som er spesielt dyktige i matematikk i norsk skole, får lov til å arbeide på egen hand. Men de samme elevene – som naturligvis ikke trenger å være like flinke i naturfag – får faktisk ikke tilsvarende friheter i dette faget. Skolen er altså en positiv og viktig del av disse barnas tilværelse.

Holdninger til datamaskiner³⁸⁸: Det er en klar tendens til at de 30 bruker datamaskiner i mindre grad enn hele undersøkelsen. Forskjellen gjelder hjemme, på skolen, på bibliotek, hos venner, på internettkafeer og andre steder. Når det gjelder bruk av datamaskinen for å leite etter ideer til fagene matematikk eller naturfag, bruker riktignok utvalget datamaskinen ørlite grann mer enn det totale gjennomsnittet, mens det er motsatt når det gjelder bruken til skriftlig skolearbeid eller til analyse av data.

Her aner vi et snev av konservatisme, noe som understrekes – og overrasker – ved at de bruker PC mindre til skriftlige innleveringer enn gjennomsnittet.

Holdninger til skolen³⁸⁹: De 30 liker godt å være på skolen, synes at lærerne bryr seg om elevene og tror at lærerne ønsker at elevene skal gjøre sitt beste. Den samme tendensen fins i det totale gjennomsnittet, men i mindre grad. Det er også en tendens til at utvalget tror mindre enn gjennomsnittet på at elevene på skolen gjør så godt de kan.

Det fins en ørliten tendens til at utvalget synes de er mindre utsatt for tyveri, for å bli slått, dytta eller sparka av medelever eller at de blir trakassert. Forskjellene er ørsmå, og det er i det hele tatt svært få som påpeker disse problemene.

Vi ser de samme tendensene vi møtte ovafor. Og vi aner at utvalget ikke er mobbeofre eller tilhører gjenger som utsetter andre – og derved sjøl utsettes for – vold og trakassering.

³⁸⁸ Se vedlegg: TIMSS 2003: Elevspørreskjema – Spørsmål 14

³⁸⁹ Se vedlegg: TIMSS 2003: Elevspørreskjema – Spørsmål 15 - 16

Fritidssysler³⁹⁰: De 30 bruker mindre tid på TV, video, dataspill, leik, venner, husarbeid, internett og lekser enn gjennomsnittet. Derimot bruker utvalget klart mer tid på å lese bøker for hyggens skyld enn gjennomsnittet. Det er dessuten klart at utvalget omtrent ikke har betalt arbeid ved sida av skolen, mens gjennomsnittet ligger på nærmere én time pr. dag.

Innslaget av sport er mindre for de aller høgest presterende. Utvalget styrker likevel et preg av konservatisme³⁹¹ i forhold til kultur som vi har sett tidligere. Og forholdet til betalt arbeid plasserer utvalget blant dem som har god familiestøtte, både sosialt og økonomisk.

Hvis vi ser på hva hjemmene har og på hva elevene gjør for eksempel på fritida, ser vi en tendens til at det er tradisjonelt kulturkonservative verdier som teller hos de flinkeste elevene. Familien har rimelig god økonomi, og de har et konservativt forhold til bruk av moderne bildemedier som for eksempel TV og video. I stedet er boka det viktige mediet. Litt lav aktivitet innen sport kan vi ane, men det er et mulig utslag av manglende organisert idrett, for eksempel et mindre innslag av lagidrett, en idrettsutfoldelse som muligens i mindre grad har vært framherskende i kulturkonservative kretser enn for eksempel innen tradisjonell arbeiderklasse. Vi ser jo tendenser til at all idrett i dag er organisert, og da vil lagidrett naturlig få større plass enn tidligere, og den som ikke driver lagidrett, vil kanskje beskrive seg sjøl som mer passiv på et spørreskjema enn det han eller hun egentlig er.

Lekser³⁹²: De 30 bruker faktisk mindre³⁹³ tid på lekser enn gjennomsnittet. Forskjellen ligger på rundt en halv time pr. dag. Trass i at utvalget er lite, er dette en betydelig forskjell.

Én elev av de 30 bruker mer enn halvannen time på matematikkleksene, de fleste ligger på 15 – 30 minutter både i matematikk og naturfag. I naturfag er det to elever i utvalget som bruker mer enn én time. Forskjellene på utvalget og snittet er omtalt ovafor.

³⁹⁰ Se vedlegg: TIMSS 2003: Elevspørreskjema – Spørsmål 17

³⁹¹ Jeg skal komme tilbake til dette begrepet seinere.

³⁹² Se vedlegg: TIMSS 2003: Elevspørreskjema – Spørsmål 18 - 20

³⁹³ Se avsnittet "Fritidssysler"

Tabell 4: TIMSS 2003 - Lekser

Lekser	Alle 4133	De beste 30
Ekstratimer i matematikk	12,5 %	0,0 %
Ekstratimer i naturfag	5,3 %	0,0 %
Aldri lekser i matematikk	12,2 %	6,7 %
Aldri lekser i naturfag	20,0 %	17,8 %

De beste har heller aldri hatt ekstratimer i matematikk eller naturfag mens 12,5 % av hele undersøkelsen har hatt det i matematikk og 5,3 % i naturfag. To elever av de 30 har omtrent aldri matematikklekser, men når det gjelder naturfag, er det ingen reell forskjell.

Utvalget får ikke ekstra hjelp på skolen, heller ikke for å bli ekstra flinke i fag. Dette er resultat av et norsk eller nordisk system uten såkalte eliteskoler. Men vi kan merke at noen jobber spesielt hardt for å oppnå de gode resultatene.

Vi skal nå vende blikket vårt mot *vårt egentlige anliggende*: PISA 2003. Og mens TIMSS blir en antydning av hva vi vil finne, skal PISA gi oss svara og TIMSS virke som en bekreftelse. Der resultatene er motstridende, må vi evaluere dem, og kanskje unnlate å trekke konklusjoner.

PISA 2003 – et spesialtilfelle

Dataene fra PISA 2003. Et portrett av "den flinkeste". Om hvilke forhold som fører til suksess i faget matematikk – ei undersøkelse i dataene fra elevspørreskjemaet i PISA 2003.



394

Undersøkelsen tok for seg de som var født i 1987, dvs. de som gikk ut av grunnskolen i 2003 og fylte 16 dette året. Det fins noen unntak i alder, men de er uviktige. Disse elevene fylte 10

³⁹⁴ Watterson 91 – Bind 3, side 194

år da L97 blei gjennomført, og starta dermed heller ikke på skolen som 6-åring. De hadde med seg 3 skoleår etter M87, deretter hoppa de over 4. klasse og tok 5. – 10. klasse etter den nye læreplanen. Det er mulig at denne bakgrunnen skiller dem noe ut fra TIMSS 2003-elevne og dessuten fra dagens elever i grunnskolen: Det er først i 2007 det første kullet som har gjennomført hele den 10-årige planen for L97 blir uteksaminert. Så jeg nøyer meg med å bare nevne problemstillinga. Og personlig – utfra min egen erfaring med skifte av læreplaner i skolen – trur jeg ikke forskjellen er så stor som læreplanene skal tilsi: Slagorda fra den generelle delen³⁹⁵, for eksempel *det integrerte mennesket*, har neppe endra elevne nevneverdig i forhold til elever med eldre læreplaner. Dessuten vil ikke læreplanene få store utslag sia begge disse elevgruppene har fått mesteparten av sin skolegang fra L97. Og dessuten var overgangen til L97 egentlig klar fra 1994, da R94 blei gjennomført: Da var elevgruppene i TIMSS og PISA 2003 bare 5 og 7 år gamle. Så jeg mener det er riktig å karakterisere alle som *reformelever* i R94- og L97-forstand.

Elevne i PISA 2003 er statistisk sett de samme som i TIMSS, altså et godt og representativt tverrsnitt av norsk grunnskoleungdom, men det er andre elever. De er målt på samme tid som TIMSS-elevne, men de var på det tidspunktet 2 år eldre. Det betyr som sagt at de har en skolebakgrunn som har benytta læreplanene i L97 to år lengre enn TIMSS-eleven. Og så er de altså ikke minst to år eldre. Testene er forskjellige, se for øvrig beskrivelsene av TIMSS og PISA i tidligere kapitler.

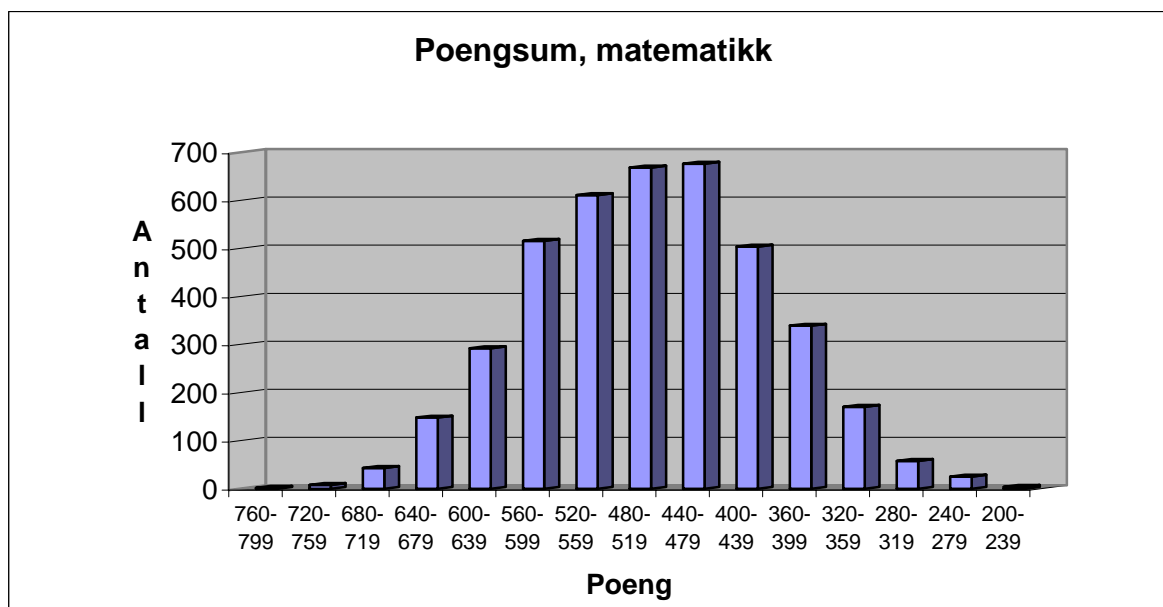
Matematikkresultater fra PISA 2003:

4064 elever i 10. klasse fylte ut et ”elevspørreskjema”³⁹⁶ om seg sjøl. I tillegg gjennomførte de samme elevne blant annet ei matematikkprøve.

³⁹⁵ L97 04 Læreplan for grunnskolen og for den videregående skolen, generell del

<http://www.utdanningsdirektoratet.no/dav/3E8708931B.pdf>

³⁹⁶ Se vedlegg



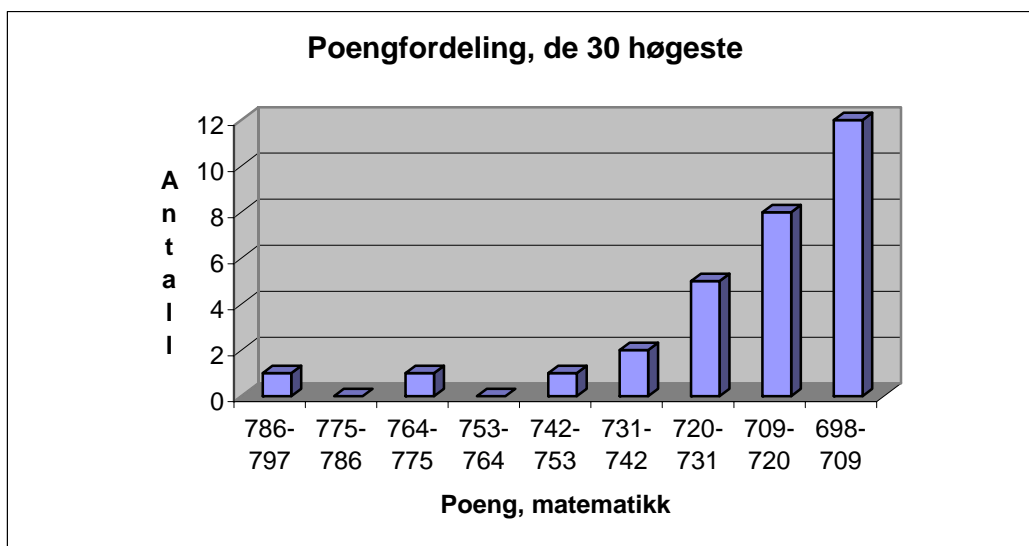
Figur 1: PISA 2003 – Poengsum, matematikk

Gjennomsnittskår for Norge var 495, standardavvik 88. Elevene fordeler seg slik på de ulike poengsummene. De 5 % beste hadde 640 – 798 poeng, de neste 611 – 640 poeng og så videre:

Tabell 5: PISA 2003 – Poengsum, matematikk

Elever	Poeng	Elever	Poeng
95-100 %	640-798	45-50 %	484-495
90-95 %	611-640	40-45 %	471-484
85-90 %	591-611	35-40 %	460-471
80-85 %	574-591	30-35 %	448-460
75-80 %	559-574	25-30 %	435-448
70-75 %	545-559	20-25 %	420-435
65-70 %	531-545	15-20 %	402-420
60-65 %	520-531	10-15 %	381-402
55-60 %	507-520	5-10 %	352-381
50-55 %	495-507	0-5 %	210-352

Vi får fordelinga nedafor når vi ser på de 30 som vi skal studere spesielt. Snittet blant dem er 720 poeng med et standardavvik på 21. Det kan se ut som om noen få skiller seg spesielt ut: Da må vi understreke at poengsummene ikke må tas helt bokstavelig. Trass i en gjennomsnittberegning, har ulike elever fått ulike hefter av ulik vanskegrad, slik at det er litt komplisert å slå fast at de to beste er til de grader mye bedre enn de andre.



Figur 2: PISA 2003 (de 30 beste) – Poengsum, matematikk

Tilfellet: Den eleven som i PISA 2003 fikk den aller høgste skåren³⁹⁷ i Norge kan tjene som et interessant tilfelle i vår egentlige undersøkelse. Vi har brukt TIMSS som et bakteppe, og vi foretar nå et dypdykk. Hvem er den personen som fikk hele 798 poeng? Som tidligere sagt er det umulig å bruke poengsummene absolutt, de ulike elevene fikk oppgaver av ulik vanskegrad. Likevel er denne besvarelsen 29 poeng bedre enn den neste på lista samtidig som prestasjonen er best i tre av de fire disiplinene det blei testa i: Best i ”rom og form”, ”forandring og forhold”, ”usikkerhet” og nest best i ”mengde” av de 4064 elevene. Ideen med dette dykket er å beskrive ett tilfelle inngående samt å prøve å få øye på spesielle bakgrunnsfaktorer slik at vi kan se etter dem spesielt seinere når vi tar for oss de 30 beste som gruppe.

Resultatet til den ene er 3,3 standardavvik over det norske snittet i PISA 2003, 2,5 over Hongkong, som toppa lista og 3,0 over Finland – som vi gjerne skjeler til, og som lå på andre plass: Dette er en ekstrem prestasjon. Og den er like ekstrem i alle de fire disiplinene matematikk som utgjorde testen.

En profil av personen bak resultatet gir oss:³⁹⁸ Han – det er en gutt – er født i oktober 1987 og bor sammen med mor, far og minst ett søsken. Mor og far jobber begge heltid, mor som adjunkt på allmennfag, videregående skole, og far med regnskap, kanskje som revisor. Både

³⁹⁷ Elev rangert som nr. 1 av de 30 (og av de 4064 i Norge). PISA 2003

³⁹⁸ Profilen er laga på grunnlag av PISA 2003 – Elevspørreskjema 1 – 38. Disiplinen ”lesing” er utelatt.

mor og far har høgskole/universitetsutdanning på lavere grad, dvs. tre til fire år. Både barn og foreldre er norske, snakker norsk og er født i Norge.

Hjemme har han skrivebord og eget rom, et stille sted å gjøre lekser, datamaskin og pedagogisk programvare som kan brukes til skolearbeid, internett og egen lommeregner. I hjemmet fins klassisk litteratur, diktsamlinger, kunstverk, bøker som kan være til hjelp i skolearbeidet og ordbok. Familien har oppvaskmaskin og i bokhyllene fins det over 500 bøker.³⁹⁹ Gutten har gått i barnehage i mer enn ett år⁴⁰⁰ og begynte på skolen som seksåring.

Han har planer om å fullføre ungdomsskolen, ta videregående skole med allmennfag og ei utdanning på universitet/høgskole som varer i minst tre år.⁴⁰¹

Han er uenig i at skolen har gjort lite for å forberede på voksenlivet etter endt skolegang og han er svært uenig i at skolen har vært bortkasta tid. Derimot er han enig i at skolen har hjulpet ham å bli trygg på å ta beslutninger, og svært enig i at skolen har lært ham ting som kan være nyttig i jobbsammenheng. Han går på skolen som ungdommene som bor i området, bruker fordi den er nærmest og ikke fordi skolen er kjent for å være bedre enn andre skoler i området. Skolen har ikke spesialtilbud eller spesiell religiøs tilknytning og ingen andre i familien har gått på skolen tidligere; det siste skulle tyde på at han er eldste barn i familien. Han angir heller ingen andre grunner til skolevalget.

Han er enig i at elevene kommer godt overens med de fleste lærerne, med at de fleste lærerne er interessert i hvordan elevene har det og at de fleste lærerne virkelig lytter til hva han sier. Han er dessuten svært enig i at lærerne på hans skole gir ekstra hjelp dersom han trenger det og at de behandler ham rettferdig. Han føler ikke at han blir holdt utafør blant venner på skolen, han mener han lett får venner, han føler at han absolutt hører til på skolen han går på, og han synes absolutt ikke at han er annerledes og ikke passer inn. Han føler at de andre elevene liker ham, og han er absolutt ikke ensom på skolen. I løpet av de siste to ukene har han kommet én eller to ganger for seint.⁴⁰²

³⁹⁹ Over 500 er største antall bøker, altså høgste kategori, på spørreskjemaet.

⁴⁰⁰ Høgste kategori på spørreskjemaet.

⁴⁰¹ Det var også mulig å krysse av for minst 5 år på universitet/høgskole.

⁴⁰² Det er bare én kategori med lavere antall: Ingen ganger.

I løpet av ei uke bruker han 10 timer på leksene, dvs. 2 timer pr dag. Én time i uka bruker han også fordi han er flink i skolefag og én time i uka på ”egenstudier”, for eksempel en ikke-skolerelatert hobby. Han bruker ikke ekstra tid fordi han har problemer i noe fag, ikke tid til privatundervisning og ikke tid til organisert undervisning utenom skolen.

Han liker virkelig bøker om matematikk, gjør absolutt en innsats i matematikk fordi det vil hjelpe ham i arbeid han vil ha seinere, han ser virkelig fram til matematikktimene og arbeider spesielt med matematikk fordi han liker det. Han synes i aller høyeste grad at å lære matematikk er viktig fordi det styrker yrkesmulighetene, han er svært interessert i det han lærer i matematikk og han synes matematikk er et meget viktig fag fordi han trenger det i videre studier. Og han er overbevist om at mye av det han lærer i matematikk, vil hjelpe ham til å få jobb. I spørsmål om hvor sikker han føler seg i løsning av åtte matematikkoppgaver, var han helt sikker på at han ville klare å løse alle: Å bruke togtabell for å finne ut hvor lang tid det vil ta å komme seg fra et sted til et annet. Regne ut hvor mye billigere en TV vil bli med 30 % rabatt. Regne ut hvor mange kvadratmeter fliser du trenger for å dekke et golv. Forstå grafer som presenteres i aviser. Finne x i ei slik likning: $3x + 5 = 17$ Finne den virkelige avstanden mellom to steder på et kart med målestokken 1 : 10 000 Finne x i ei slik likning: $2(x + 3) = (x + 3)(x - 3)$ Beregne hvor mye bensin en bil bruker pr. mil.

Han bekymrer seg aldri for at matematikktimene blir for vanskelige, og han veit at han er meget god i matematikk. Han blir aldri stressa av matematikkleksur og får svært gode karakterer i faget. Han blir aldri nervøs av matematikkoppgaver, han lærer matematikk meget raskt og har alltid ment at faget er et av hans aller beste. Han er aldri hjelpeløs når han gjør matematikkoppgaver, han forstår selv det aller vanskeligste i timene og er aldri redd for å få dårlige karakterer i faget.

Han bruker to timer på matematikkleksur i uka og en ekstra time fordi han er flink i faget. Og han bruker naturligvis ikke tid til ekstrastykker beregna på dem som sliter og på arbeid med privatlærer i faget. Han er heller ikke engasjert i organisert undervisning i matematikk utenom skolen eller i andre matematikkaktiviteter.

Hans personlige arbeid med matematikk kan beskrives slik: Når han leser til en matematikkprøve, prøver han først og fremst å finne ut hva som er mest viktig å lære, og når han løser matematikkoppgaver, leter han ofte etter nye måter å finne svaret på. Når han

arbeider med matematikk, kontrollerer han ikke seg sjøl for å se om han husker det han er ferdig med, og han prøver ikke å finne ut hvilke begreper han ikke har forstått skikkelig. Han tenker på hvordan matematikken han har lært, kan brukes i dagliglivet. Han løser noen typer matematikkoppgaver så ofte at han er sikker på at han kan løse dem i søvne og han lærer så mye han kan utenat. Han prøver å forstå nye begreper i matematikk ved å knytte dem til noe han kan fra før. Men han bruker absolutt ikke eksemplene i læreboka for å huske hvordan han skal løse oppgavene. Når det er noe han ikke forstår, prøver han ikke å finne mer informasjon som kan gjøre det klarere. Når han løser matematikkoppgaver, prøver han ofte å tenke seg hvordan løsningen kan brukes på andre interessante spørsmål. Og han starter absolutt ikke arbeidet med et stykke med å finne ut nøyaktig det han må lære. Han er svært enig i at han må prøve å huske alle trinnene i framgangsmåtene og i at han prøver å knytte det han lærer i matematikk, til andre fag.

Han går på en skole der timen er på 45 minutter og der han har 3 matematikktimer i løpet av ei uke av de totalt 30 uketimene. I klassen er det i alt 21 elever.

Han har absolutt ambisjoner om å være den beste i klassen i matematikk, han liker ikke å arbeide i grupper med andre i faget og han er svært enig i at han arbeider veldig hardt i matematikk fordi han vil gjøre det bedre enn de andre til eksamen. Når han arbeider med et prosjekt i faget, mener han at det er bra å samle ideene fra alle elevene i gruppa, og han jobber virkelig hardt fordi han ønsker å være en av de beste. Han arbeider absolutt ikke best når han arbeider sammen med andre i matematikk, han prøver alltid å gjøre det bedre enn de andre elevene i klassen. Han liker å hjelpe andre i gruppa til å gjøre det bra i matematikk, men han lærer absolutt ikke best når han arbeider sammen med de andre elevene: Han arbeider absolutt best når han prøver å gjøre det bedre enn andre.

Til slutt mener han at i de fleste timene viser læreren interesse for den enkelte elevs læring, mens elevene ikke hører etter hva læreren sier, læreren gir ekstra hjelp når elever trenger det, og elevene arbeider med utgangspunkt i bøker og annet skrevet materiale. Læreren hjelper elevene med å lære i alle timene, og det er bråk og uro i noen timer. Læreren fortsetter å forklare helt til elevene forstår i de fleste timene, men i noen timer må læreren vente lenge før elevene roer seg og elevene klarer ikke å arbeide godt. Læreren gir elevene mulighet til å uttrykke sine meninger, og elevene begynner ikke å arbeide før lenge etter at timen har begynt – i de fleste timene.

For å gjøre en lang historie kort: Dette er en elev som gjør det meste riktig i forhold til det skole og lærere kan vente av dem. Man kan muligens undre seg over forholdet til individuelt arbeid i forhold til gruppearbeid, men vi kan sannsynligvis merke oss at matematikk er et fag som krever sterk konsentrasjon og ro, i tillegg til at det kan være fruktbart med diskusjoner. Og muligens kan vi reflektere over om de aller dyktigste finner seg samtalepartnere på sitt nivå – i matematikk vel og merke – i ei tilfeldig gruppe i klassen. Muligens skal vi også merke oss at denne eleven har merka seg at mange elever ikke er videre interessert i skolefag, men trenerer klassens arbeid.

PISA 2003 – analyse av de 30 beste

Dataene fra PISA 2003. Om hvilke forhold som fører til suksess i faget matematikk – ei undersøkelse i dataene fra elevspørreskjemaet i PISA 2003. Om skole- og lærerspørreskjemaet i PISA 2003.

Hvis vi går grundig til verks og undersøker **et utvalg på 30** – der én av dem er eksempelet ovafor – får vi litt flere nyanser: Vi tar igjen for oss elevspørreskjemaet for PISA 2003.

Jeg har igjen trukket ut de 30 norske elevene som fikk høgest skåre på matematikkprøva og sammenlikna svara de ga på elevspørreskjemaet. Tallet er stadig valgt for å være overkommelig, de tilsvarer en norsk skoleklasse. Jeg har tidligere sagt at jeg må være forsiktig med de bastante konklusjonene på et så lite materiale, men på den annen side kan altså ikke utvalget være for stort når jeg skal studere de aller beste. Gjennomsnittsskåren på de 30 er på 721, de spenner fra 700 til 798. Snittet på hele materialet er 495 med standardavvik på 92⁴⁰³. Utvalget ligger dermed alle over +2,2 standardavvik, snittet ligger +2,5 standardavvik fra gjennomsnittet.

Vi kan også her stille spørsmålet om disse 30 egentlig er flinke i matematikk. I norsk sammenheng er de det, sjølsagt. Men hva med Hongkong – det høgest-skårende landet – der snittet på 550 og standardavviket er på 100? Snittet av de 30 beste norske ville være så godt som +1,7 standardavvik i Hongkong. I nordisk sammenheng skårer Finland omtrent som Hongkong, 544 i snitt og standardavvik på 84, og de 30 beste norske vil i snitt ligge på +2,1

⁴⁰³ Kjærnsli 03, side 55

standardavvik over snittet. De høgestskårerne i Norge er altså også meget gode i internasjonal sammenheng. Men dermed er det ikke sagt at de er blant de absolutt beste. I Hongkong, Japan og Belgia – 95-prosenten går høgest på skalaen (stor spredning og gode prestasjoner) – vil vårt utvalg så vidt ligge blant de 5 % flinkeste elevene.⁴⁰⁴

Det er faktisk underlig å se hvilken forskjell det er i toppprestasjonene i Norge i disse to målingene: De 30 beste norske 16-åringene i PISA er relativt gode internasjonalt mens de tilsvarende 14-åringene i TIMSS er middelmådige relativt sett. Det fins også en annen forskjell vi bør huske på: PISA måler allmenne matematikkunnskaper, TIMSS måler kunnskapene i forhold til det skolen og læreplanene forventer at elevene skal ha lært. Derfor skulle jo elevene egentlig skåre best i TIMSS-undersøkelsene, men slik er det ikke. Og dette forsterker tendensen: De yngste elevene er ikke spesielt gode i matematikk i Norge, men det bedrer seg noe med alderen.

Vi skal ikke studere de svakeste i PISA, men av hensyn til analysen har jeg tatt dem med for å vise størrelsen på avvikene fra de beste 30 til gjennomsnittet. Ved å se på avstanden til de som har prestert svært svakt, får vi et inntrykk av hva slags verdier vi har å gjøre med. Men verdiene til de 30 svakeste skal ikke vurderes i seg sjøl.

Som i kapitlet om TIMSS er det slik at når jeg sammenlikninger de 30 beste med alle, er de valgte 30 heller ikke her fjerna fra den totale undersøkelsen. Jeg kommer stadig til å omtale dem i presens, undersøkelsen er to år gammel og elevene har i dag for lengst forlatt grunnskolen. Der det ikke sies eksplisitt, er tallet i parentes gjennomsnittet for hele tallmaterialet – 4064 elever – i PISA 2003.

Hva som er ”stort” avvik, kan naturligvis diskuteres. En følelse av størrelsen får vi i noen tilfelle som sagt ved se på hvor de svakeste ligger. Men så enkelt er det naturligvis ikke. Det går heller ikke an å sette noe fast tall for å definere ”stort”. Fordi hver av de 30 utgjør 3,3 %, vil avvik på 6,7 % eller mindre utgjøre under 3 personer. Derfor vil avvik av denne størrelsen være vanskelig å kalle et vesentlig avvik. På den annen side må det være rimelig å hevde at prosenter i denne størrelsesordenen som går i samme retning gjennom større deler av et konstrukt, må kunne tas til inntekt for at det er signifikante avvik.

⁴⁰⁴ Kjærnsli 03, side 55

Vi starter med **kjønn**:

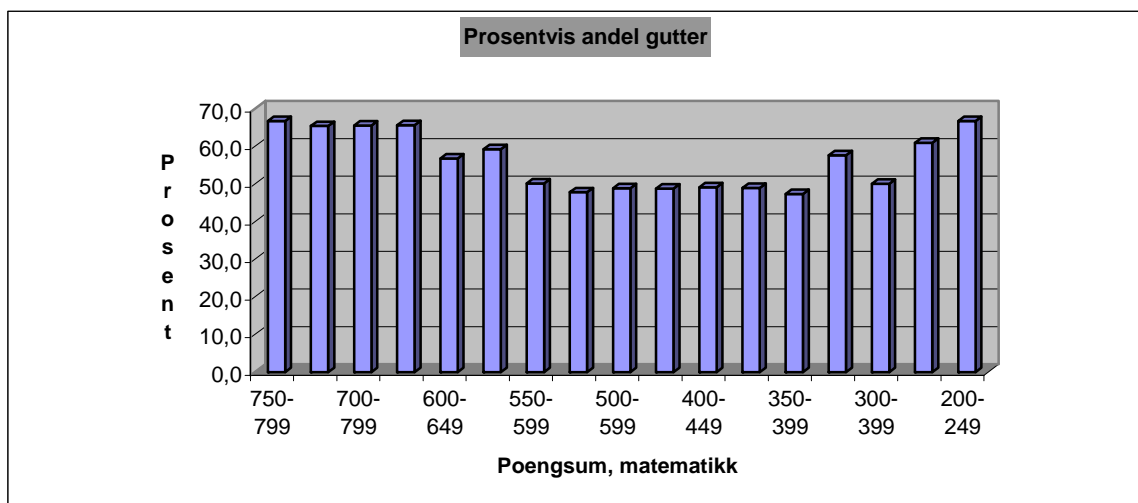
Tabell 6: PISA 2003 – Kjønn

Kjønn	Alle de 4064	De beste 30	De svakeste 30
Gutter	50,5 %	66,7 %	33,3 %
Jenter	49,5 %	33,3 %	66,7 %

Hele undersøkelsen er jamt fordelt mellom begge kjønn, 50,5 % gutter og 49,5 % jenter, men blant de 30 er det ganske skeivt: 10 jenter og 20 gutter. Én av de 30 går i 11. årstrinn, dvs. på videregående skole. Tilsvarende variasjon fins i hele undersøkelsen med 25 niendeklassinger og 13 videregående-elever mens resten er 10. klassinger.

Tallene i parentes gjelder hele undersøkelsen, altså 4064 elever. Jeg bruker ofte begrepet ”én elev” eller ”to elever” for å understreke at dette er unntak i utvalget på 30. For å sammenlikne disse antallene med prosentsetsen jeg ellers bruker, og én elev må altså oversettes med 3,3 %, to elever med 6,7 %.

I tillegg skal vi se på svar fra elevspørreskjemaet i hele PISA 2003, inndelt etter hvor høgt elevene har skåra på matematikktesten. Den høgste poengsummen var tett under 800, den gjennomsnittlige på 495 og den laveste på litt i overkant av 200 – i Norge. Grunnen til denne sammenlikninga er at vi ønsker å se om funnene for de 30 med den høgste skåren er en del av en gjennomgående tendens eller bare tilfeldig. Derved vil en gjennomgående tendens kunne understreke at små funn blant de 30 faktisk er signifikante, sjøl om de er små.



Figur 3: PISA 2003 - Gutter

Vi ser dessuten at det er overvekt av gutter blant de beste og blant dem som presterer dårligst i matematikk.

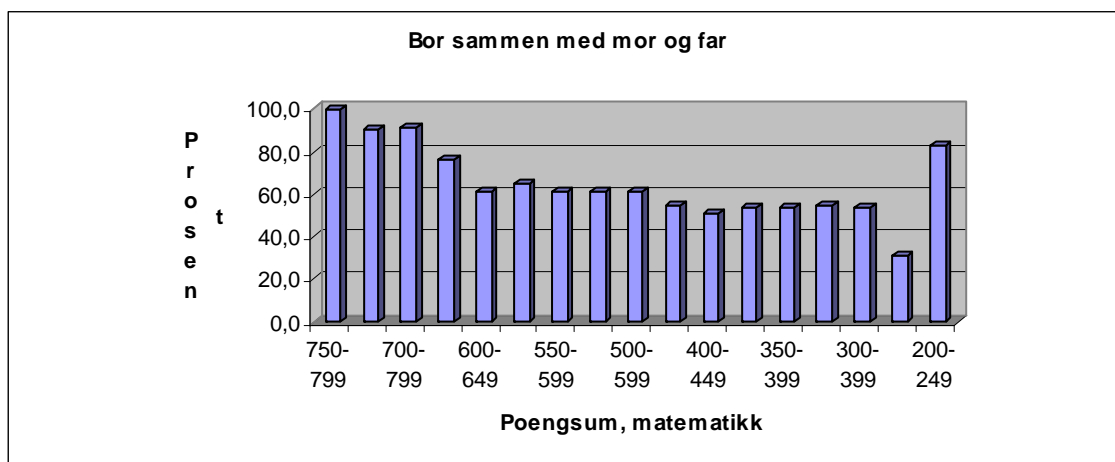
Familien som bakgrunn⁴⁰⁵:

Tabell 7: PISA 2003 - Familieforhold

Om familien	Alle de 4064	De beste 30	De svakeste 30
Bor sammen med mor	91,4 %	100,0 %	63,3 %
Bor sammen med far	70,9 %	83,3 %	36,7 %
Mor jobber heltid	58,0 %	79,3 %	50,0 %
Far jobber heltid	83,8 %	89,3 %	76,7 %
Mor har høy utdanning	48,6 %	90,0 %	40,0 %
Far har høy utdanning	46,6 %	53,4 %	30,0 %

Blant de 30 utvalgte bodde alle sammen med mor (91,4 %) og 25 sammen med far (70,9 %). Og vi ser en klar tendens blant de høgest presterende: De har ikke opplevd noen skilsmisse.

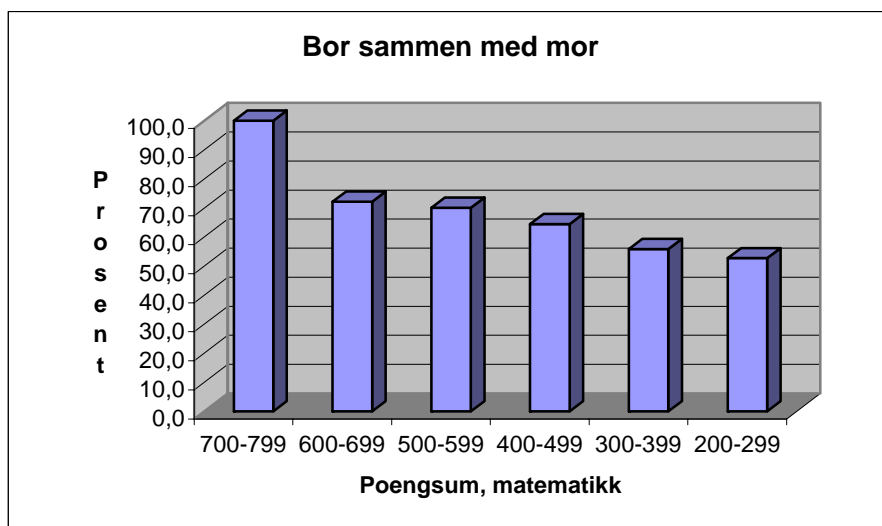
Bildet er tilsvarende når vi ser på hvem som bor sammen med mor og hvem som bor sammen med far i hele undersøkelsen:



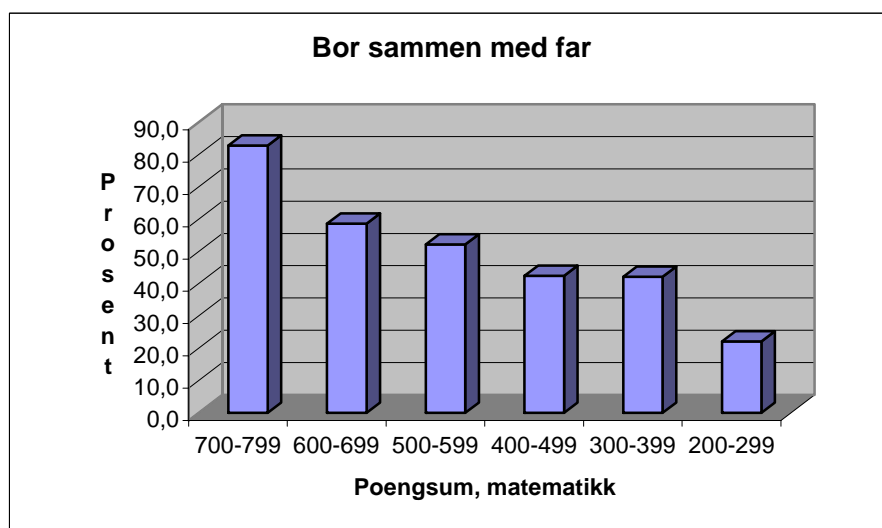
Figur 4: PISA 2003 - Familieforhold

Mor aleine er overrepresentert av naturlige årsaker, men fars tilstedeværelse gjør tilsvarende utslag for dem som presterer høgest på matematikktesten, og hele PISA 2003 understreker disse funnene:

⁴⁰⁵ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del B, Spørsmål 4 - 19



Figur 5: PISA 2003 – Bor sammen med mor



Figur 6: PISA 2003 – Bor sammen med far

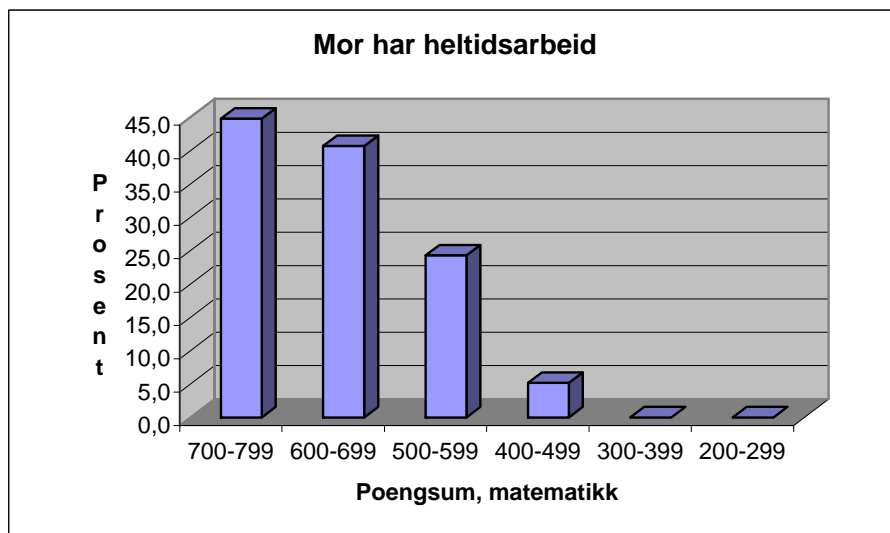
Virker stefedre og –mødre negativt inn på matematikk- og skoleferdigheter? Ser vi på hele undersøkelsen, er matematikkskåren noe lavere enn snittet. De som bor med stefar,⁴⁰⁶ skårer 483 poeng, 0,14 standardavvik under snittet. Og de som bor med stemor,⁴⁰⁷ skårer 475 poeng, eller 0,23 standardavvik under snittet.

⁴⁰⁶ 263 av de 4064

⁴⁰⁷ 115 av de 4064

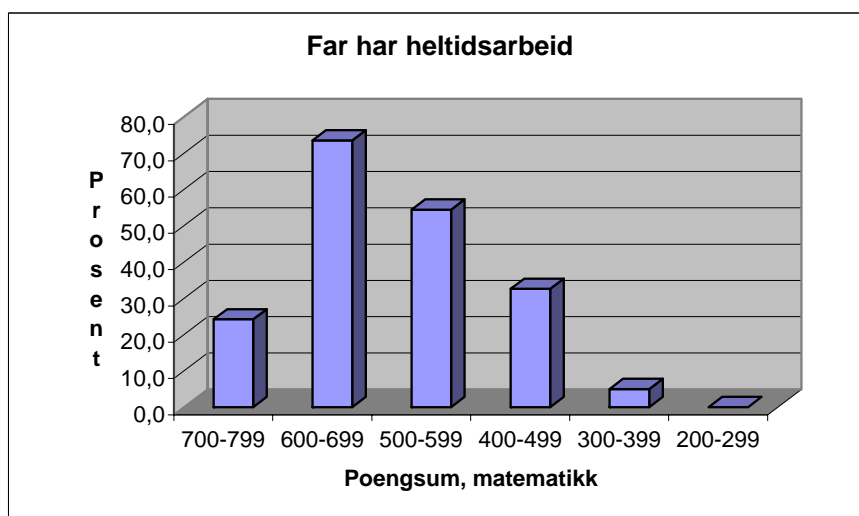
Blant utvalget var det påfallende at mor arbeider heltid hos 79,3 % (58,0 %) og men fars heltid i 89,3 % av tilfellene (83,8 %) er ikke signifikant.⁴⁰⁸

Ser vi på hele PISA 2003, ser vi at en heltidsarbeidende mor har positiv effekt for langt flere enn de 30 med høyest skår:



Figur 7: PISA 2003 – Mors arbeid

Et overraskende resultat er den lave andelen heltidsarbeidende fedre blant dem med en matematikkskår på over 700. Dette er langt flere enn de 30 vi har studert nøye. Det kan – trass i en tendens til at også far ”bør arbeide” – bety at mors deltakelse i arbeidslivet er det viktigste i en familie der barna presterer høgt i matematikk. Og i andre fag, kan vi vel egentlig legge til:



Figur 8: PISA 2003 – Fars arbeid

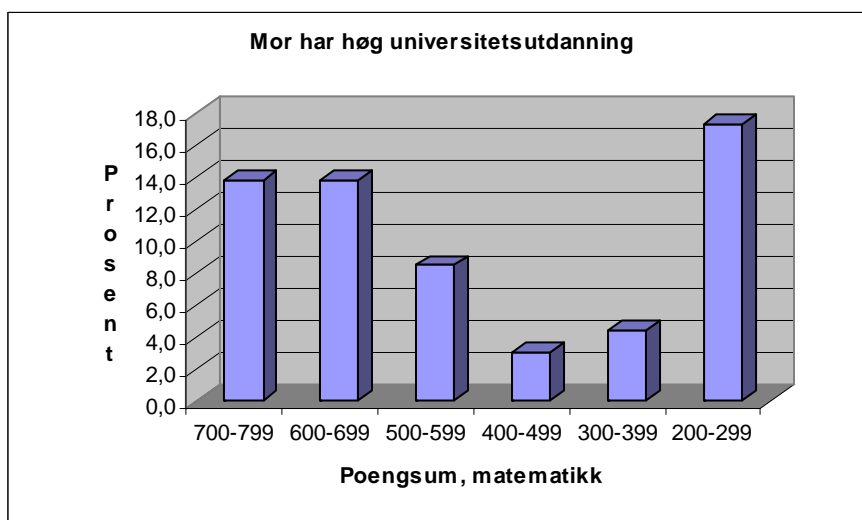
⁴⁰⁸ Blant de lavest presterende er tallmaterialet dårlig, derfor er søylene nulla ut.

Det kan se ut som om utarbeidende foreldre fungerer positivt. I hele undersøkelsen skårer elever med hjemmeværende⁴⁰⁹ mødre 479 poeng,⁴¹⁰ eller 0,18 standardavvik under snittet og tilsvarende for fedre er 471 poeng.⁴¹¹

Når det gjelder arbeidsledighet, er tallene 474 poeng,⁴¹² 0,24 standardavvik ned, for mødre og 471 poeng,⁴¹³ 0,27 standardavvik ned, for fedre. Her er det riktignok ganske mange blanke svar, det vil si at elevene ikke kjenner foreldras yrkestilknytning.

Mor har stort sett høg utdanning: 90,0 % på høyskole eller universitetsnivå (48,6 %). I fars tilfelle er tallet 53,4 % (46,6 %), igjen mindre avgjørende kan det se ut som.

Når det gjelder hele PISA, har vi samme tendens. Litt forstyrrende er tallene for de aller lavest presterende: Men her er det i mange tilfelle spesielle, individuelle problem som spiller inn., og som ikke nødvendigvis styres av miljø eller påvirkning utafra:⁴¹⁴



Figur 9: PISA 2003 – Mors utdanning

⁴⁰⁹ ”eller liknende”

⁴¹⁰ 549 av de 4064

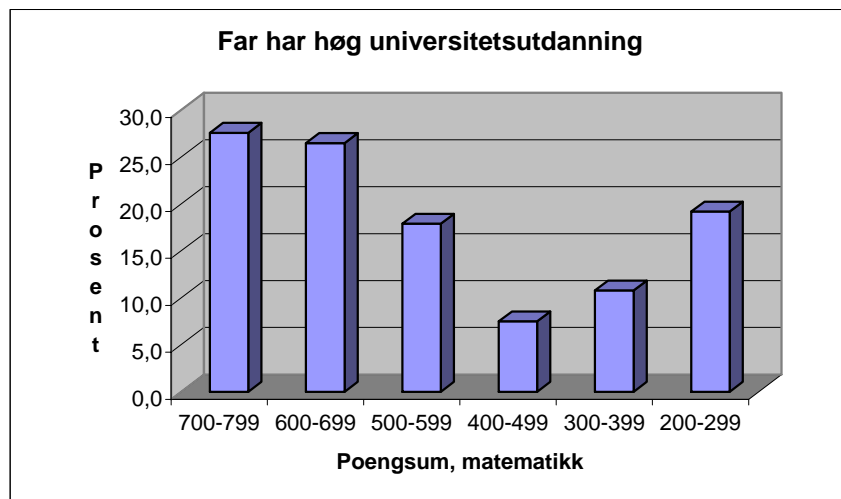
⁴¹¹ 285 av de 4064

⁴¹² 111 av de 4064

⁴¹³ 82 av de 4064

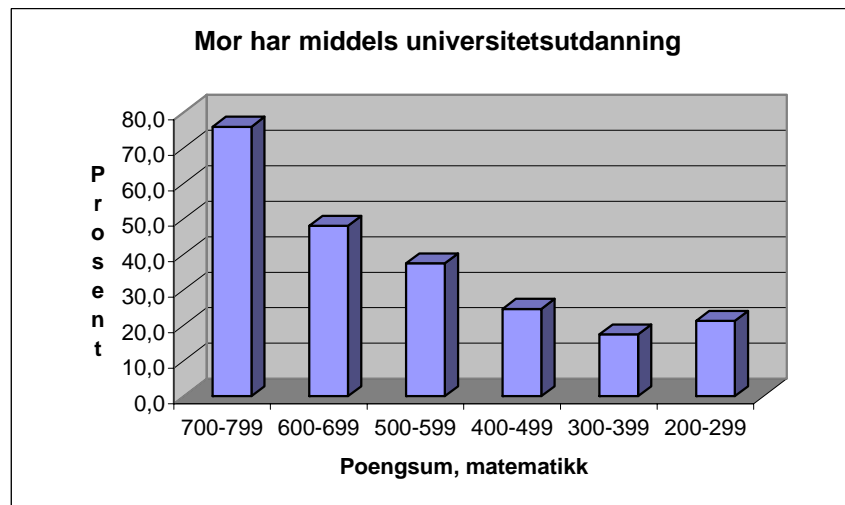
⁴¹⁴ Summene vil overstige 100% fordi noen har svart at far/mor både har lav og høg utdanning. Det betyr at de absolutte prosentene er gale, men relativt sett kan tallene sammenliknes, og det er poenget i denne sammenhengen.

Funnene er tilsvarende for far:

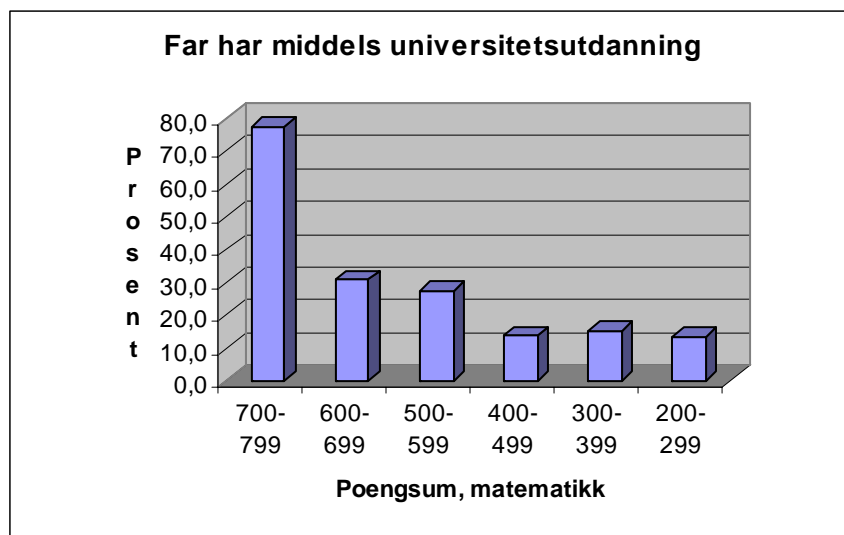


Figur 10: PISA 2003 – Fars utdanning

Et riktig interessant funn har vi når vi ser på foreldre med en kortere universitets- eller høgskoleutdanning: Her er effekten av foreldras utdanningsnivå mye sterkere for de aller beste i matematikk.

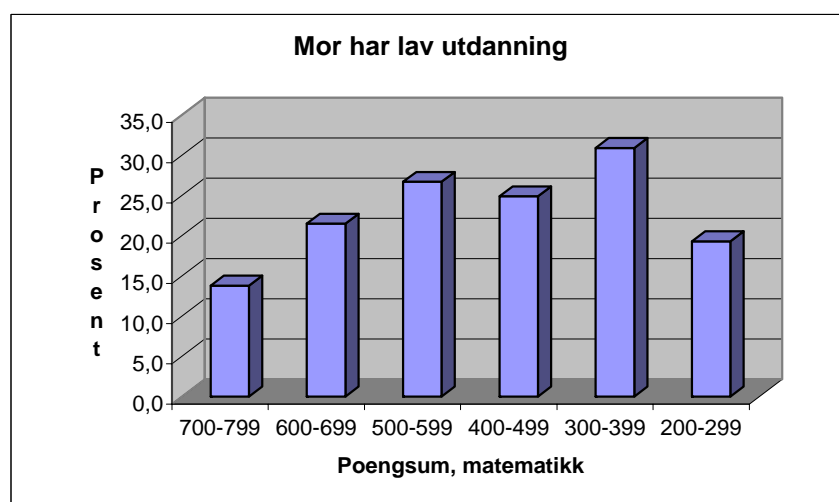


Figur 11: PISA 2003 – Mors utdanningslengde



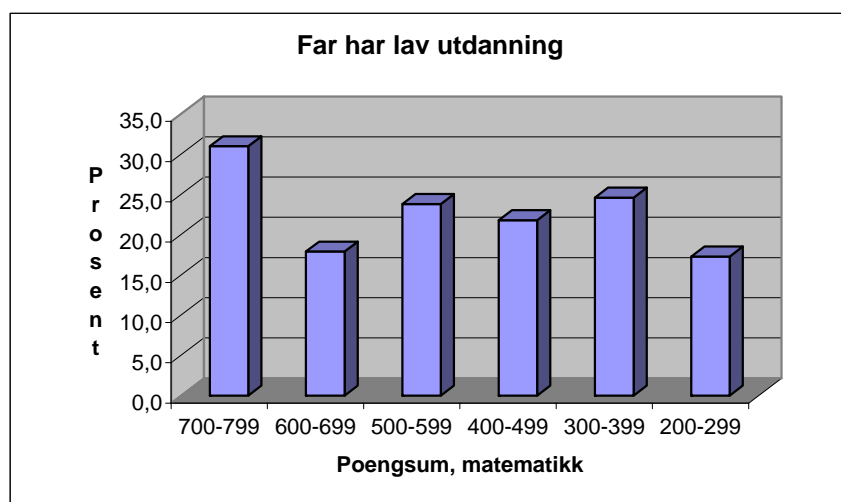
Figur 12: PISA 2003 – Fars utdanningslengde

Når det gjelder lav utdanning hos foreldre, ser vi en negativ tendens i forholdet mellom mor og barn:



Figur 13: PISA 2003 – Mor med lav utdanning

I forholdet mellom fedre og barn er bildet mer broket, vi kan ikke peke på noen korrelasjon når det gjelder hele PISA:



Figur 14: PISA 2003 – Far med lav utdanning

Sammenhengen med lav utdanning hos foreldra er altså bare klar når det gjelder mor: Og det styrker vel også det vi har sett med viktigheten av at mor har et yrke hun praktiserer utafør hjemmet.

Vi har sett at tendensen for hele PISA 2003 er at barn som bor med stefar eller stemor, barn som har hjemmeværende mor eller far eller arbeidsledige foreldre i snitt skårer noe under snittet. Avstanden til snittet er liten, alle under 0,3 standardavvik, men det er en avstand som peker i ei retning.

Mors yrker⁴¹⁵ er i stor grad innen utdanning og omsorg: Av lærere er det 8, innen helse og medisin er det 10 – men ingen leger. Innen salg finner vi 3 og innen økonomi 3. 1 er arkitekt og 2 ingeniører. Dessuten er 1 produksjonsleder, 1 gartner og 1 produksjonsarbeider. Felles for dem alle er at de krever utdanning på relativt høgt nivå, det er få lederstillinger og bortsett fra det høge innslaget av yrker som har med omsorg og menneskelig kontakt å gjøre, er det alle eldre yrker med lang historikk.

⁴¹⁵ Lærere videregående skole allmennfag (3), sjukepleier (2), spesialsjukepleier (1), allmennlærer i grunnskolen (4), førskolelærer (1), produksjonsleder (1), kontorsjef (1), økonomiansvarlig (1), butikkeier (1), arkitekt (1), elektronikingeniør (1), kjemiingeniør (1), farmasøyt (1), helsearbeider (1), revisor (1), sosialarbeider (1), psykoterapeut (2), annen type helsearbeider (2), selger (2), gartner (1) eller produksjonsarbeider (1) (Min oversettelse fra et engelsk kodespråk når det gjelder alle yrkene, er av og til ikke entydig, men sammenslåingene jeg har gjort i sjølve teksten, er utvetydig.)

Fars yrker⁴¹⁶ er også omsorgsrelatert med 4 lærere – på høyere nivå enn blant mødrene – og 2 leger. 5 driver direkte med salg og 3 med økonomi. Vi finner 2 ingeniører, 1 arkitekt og 1 geolog. 5 arbeider med landbruksfag. 3 er ledere av bedrifter eller avdelinger, 1 er sjåfør og 1 maskinmekaniker mens 2 yrker ikke er oppgitt. Her finner vi også innslag av omsorgsyrker, og ellers skal vi merke oss yrker med en lang historie – for eksempel er gårdsbruk representert.

Påfallende er det at yrker av vår moderne tid, mediefag, yrker innen markedsføring eller politikk for å nevne noen, ikke er representert. Dessuten er innslag av kort utdanning underrepresentert.

Innslag av elever med fremmedspråklig bakgrunn er minimalt.

En beskrivelse av **hjemmene** gir oss dette bildet av forholdene hos vårt utvalg på 30:

Tabell 8: PISA 2003 – Utstyr i hjemmet

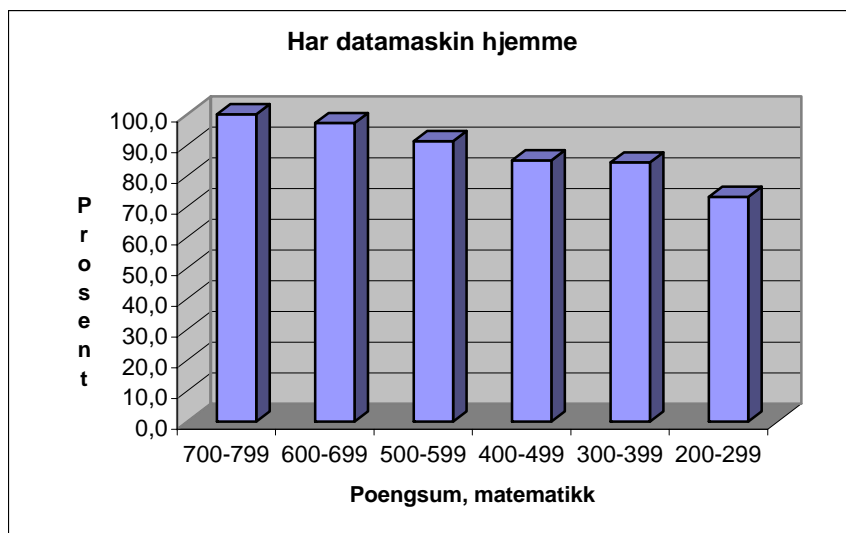
Hjemmene	Alle de 4064	De beste 30	De svakeste 30
Eget skrivebord	95,1 %	96,7 %	86,7 %
Eget rom	97,9 %	100,0 %	86,7 %
Eget sted til lekser	91,7 %	100,0 %	73,3 %
Datamaskin	93,7 %	100,0 %	73,3 %
Pedagogisk programvare	58,0 %	56,7 %	83,3 %
Internett	87,8 %	100,0 %	53,3 %
Lommeregner	97,4 %	100,0 %	63,3 %
Klassisk litteratur	51,3 %	86,7 %	40,0 %
Diktsamlinger	46,7 %	76,7 %	33,3 %
Kunst	65,3 %	93,3 %	36,7 %
Støttende litteratur	86,1 %	100,0 %	60,0 %
Ordbøker	95,2 %	100,0 %	73,3 %
Oppvaskmaskin	91,7 %	100,0 %	83,3 %
Svømmebasseng	6,5 %	3,3 %	
Boksamling i hjemmet	101 – 200	200 →	26 – 200
Gått i barnehage	78,4 %	93,3 %	70,0 %

Hjemmene er bedre utstyrt hos utvalget enn i hele undersøkelsen. 96,7 % har skrivebord (95,1 %), alle (97,9 %) har eget rom, alle (91,7 %) har et stille sted å gjøre lekser, alle (93,7 %) har

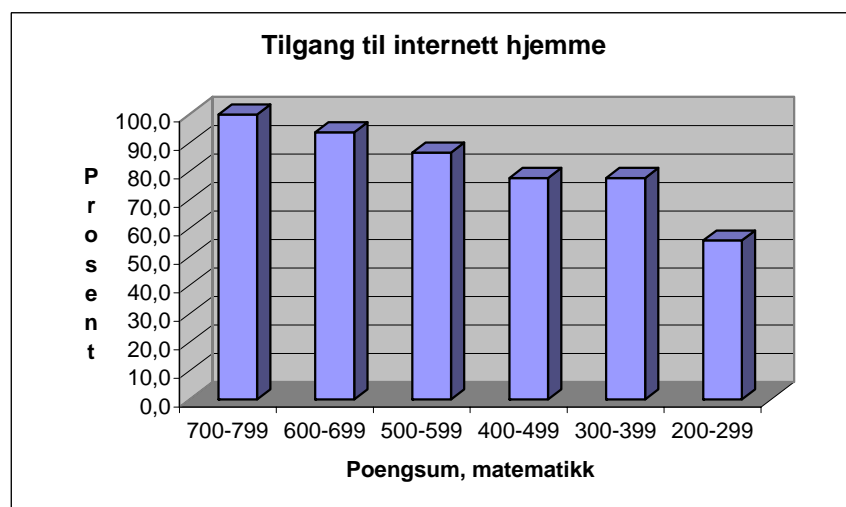
⁴¹⁶ Revisor (1), butikkeier (2), økonomiansvarlig (1), lærer i videregående skole allmennfag (2), gårdbruker (4), agronom (1), byplanlegger (1), elektroingeniør (1), maskinmekaniker (1), elektronikingeniør (1), geolog (1), aksjemekler (1), lege (2), bussjåfør (2), kontorist (1), leder (1), universitetslektor (2), selger (1), eiendomsmekler (1), industrileder (1) eller ukjent (2).

datamaskin til å gjøre skolearbeid, 56,7 % (58,0 %) har pedagogisk programvare hjemme, alle (87,8 %) har tilgang til internett og alle (97,4 %) har egen lommeregner.

Hvis vi ser spesielt på datamaskinens rolle i PISA-2003, får vi dette bildet:

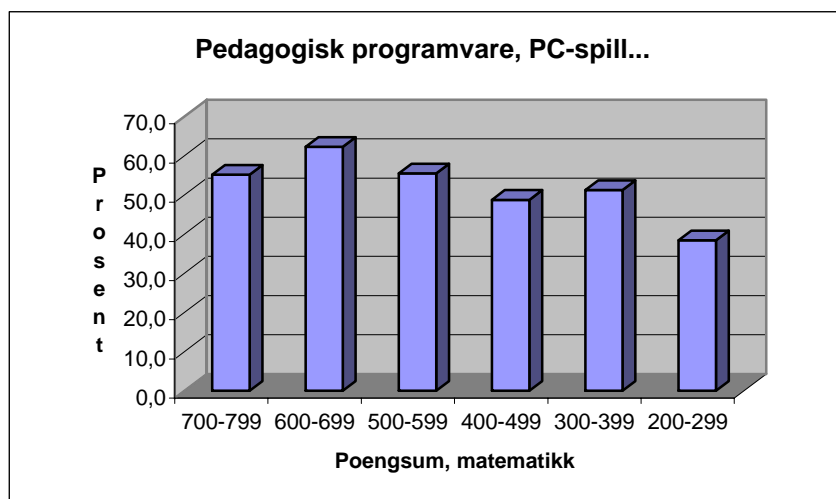


Figur 15: PISA 2003 - Datamaskin



Figur 16: PISA 2003 - Internett

Funnene for de 30 understrekes av en generell tendens til at PC med internett henger sammen med gode prestasjoner i matematikk. Et avvikende bilde finner vi ved analyse av pedagogisk programvare og PC-spill:

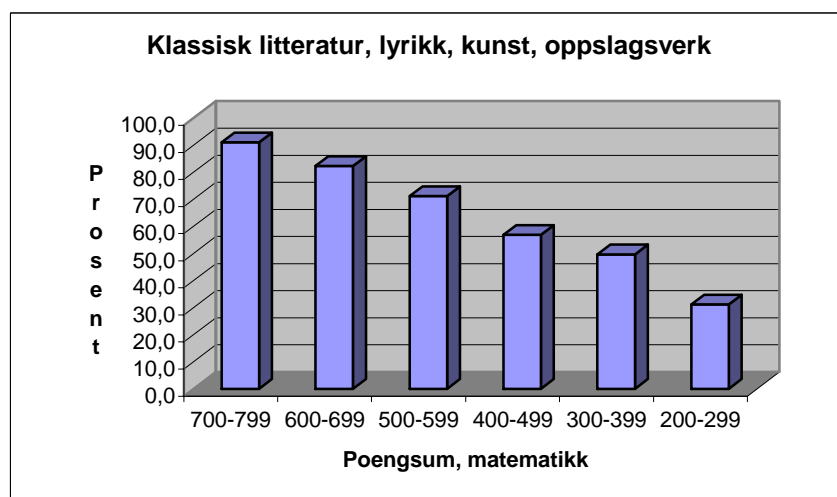


Figur 17: PISA 2003 – Pedagogisk programvare, PC-spill...

Programvare og PC-spill har ikke signifikant innvirkning på matematikkprestasjonene. En undersøkelse av gjennomsnittsprestasjonene gir oss at elever med pedagogisk programvare og/eller spill til PCen,⁴¹⁷ har et snitt på 499 på matematikktesten, altså meget nær snittet på 495.

86,7 % (51,3 %) av utvalget har klassisk litteratur hjemme, 76,7 % (46,7 %) har diktsamlinger, 93,3 % (65,3 %) har kunst hjemme, alle (86,1 %) har bøker som kan være til hjelp i skolearbeidet og alle (95,2 %) har ordbøker.

Stemmer tendensen med hele PISA? Ja, det synes ganske klart av denne oversikten:



Figur 18: PISA 2003 – Klassisk litteratur, lyrikk, kunst, oppslagsverk

⁴¹⁷ 2338 av de 4064

Ser vi igjen på snittet, ligger elever med klassisk litteratur⁴¹⁸ hjemme på 521 poeng på matematikktesten, det vil si pluss 0,30 standardavvik. Med poesi i bokhylla⁴¹⁹ blei også snittet 521 poeng. Og med kunstverk i hjemmet⁴²⁰ var snittet 512 poeng, eller pluss 0,19 standardavvik.

Alle (91,7 %) har oppvaskmaskin, 3,3 % (6,5 %) har svømmebasseng og 16,7 % (9,1 %) har hushjelp.

Svømmebasseng er et interessant spørsmål i Norge: Det er det eneste spørsmålet som kan markere sosial overklasse – trass i at det naturligvis ikke kan gi full korrelasjon med de rikeste. Elever som har svømmebasseng hjemme,⁴²¹ skårer bare 448 poeng i snitt, altså minus 0,53 standardavvik. Heller ikke her kan vi si at svaret er dramatisk, men sett i sammenheng med dem som gjør det riktig bra på matematikktesten, utdyper dette svaret den sosioøkonomiske sida av PISA 2003 og de norske resultatene.⁴²² Begrepet *hushjelp* er jeg redd er noe tvetydig: Det kan se ut som et overklassefenomen, men det kan også være at utarbeidende foreldre kjøper en slik tjeneste én gang i uka til husvask. Og det *kan* være en praktikant i forbindelse med pass av småsøsken, som ikke nødvendigvis er kostbar i forhold til for eksempel barnehage. Undersøkelsen forteller oss ikke om hva som ligger i begrepet.

Utvalget har – med ett unntak – mange bøker hjemme. Kategoriene i spørreskjemaet er ganske grove: 0 – 10, 11 – 25, 26 – 100, 101 – 200, 201 – 500 og over 500. Men likevel ser vi en klar forskjell. Utvalget ligger litt i overkant av kategorien 201 – 500 bøker (101 – 200). Nå er for så vidt ikke 201 – 500 bøker mye: Med unntak av større praktverk vil denne boksamlinga få plass på mellom 3 og 8 meter bokhyller. En nærmere studie av store og små boksamlingers innvirkning på matematikkferdigheter – for å si det litt slurvete – viser at gjennomsnittskår for dem med store boksamlinger (mer enn 8 meter bøker) er på 533 og tilsvarende for dem med små (under 10 bøker) er 435 poeng. Snittet for PISA 2003 er 495 i Norge, men standardavviket er på 92 og viser at avvikene ikke er dramatisk store. Det betyr at

⁴¹⁸ 2066 av de 4064

⁴¹⁹ 1883 av de 4064

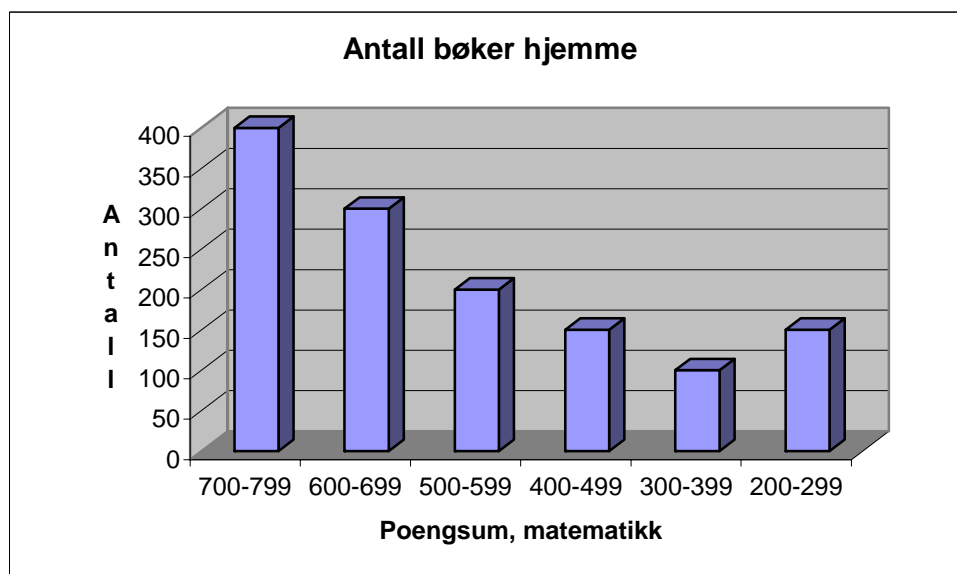
⁴²⁰ 2629 av de 4064

⁴²¹ 264 av de 4064

⁴²² Isdahl 03, side 16: Jeg foretok ei undersøkelse av alle nye elever på vår skole høster 2003, og endte opp med konklusjonen: ”For å si det litt flåsete: Er du for rik, går det ut over matematikkprestasjonene.” Sjøl om undersøkelsen var liten og med mangelfulle spørsmål som avdekket sosioøkonomiske forhold, er det altså ingen overraskende konklusjon den jeg antyder fra PISA 2003.

store boksamlinger *ikke* fører til gode matematikkprestasjoner, men at gode matematikkprestasjoner henger sammen med blant annet store boksamlinger.

Som sagt er spørreskjemaet ikke laga for å gradere mengde av bøker i stor grad. Og det er i utgangspunktet tvilsomt om barn og ungdom veit hvor mange bøker som fins i hjemmet. En samla oversikt og interpolasjon av svara på elevspørreskjemaet gir oss variasjoner, og en meget røff oversikt gir oss en flatterende sammenheng – som altså ikke må tas bokstavelig:



Figur 19: PISA 2003 – Bøker

Én elev (7,5 %) har ikke gått i barnehage, én har gått ett år eller mindre (14,1 %) og resten (78,4 %) har gått i mer enn ett år i barnehage.

De høgest presterende har altså gått i barnehage i større grad enn gjennomsnittet. Likevel er ikke tendensen klar i det hele tatt dersom vi ser på hele PISA 2003:

Tabell 8: PISA 2003 - Barnehage

Poengsum, matematikk	Gikk du i barnehage/førskole?
700-799	Ja, i mer enn ett år
600-699	Ja, i mer enn ett år
500-599	Ja, i mer enn ett år
400-499	Ja, i mer enn ett år
300-399	Ja, i mer enn ett år
200-299	Ja, i mer enn ett år

Vi ser⁴²³ – som vi har nevnt tidligere – at barnehage ikke gir signifikante utslag. Problemet i PISA-undersøkelsen – et ”problem” som gjør at svare nesten blir ubrukelig – er rett og slett at altfor mange har gått i barnehage eller førskole, derfor får vi ikke noe resultat som kan fortelle oss om effekten. Hvis vi ser på alle dem som ikke har gått i barnehage i det hele tatt,⁴²⁴ får vi en gjennomsnittskår på 466, det vil si 0,33 standardavvik under snittet. Her er også tallene for små til å trekke klare konklusjoner, men skulle vi satt karakterer på matematikkprøva, nærmer vi oss i alle fall en halv karakter forskjell mellom barnehagebarn og andre.

Trass i at utvalget vårt er lite, 30 er et lavt tall, er det klare tendenser i undersøkelsen. Litt grovt kan vi si: Elevene som lykkes i matematikk, bor sammen med sine biologiske foreldre som begge arbeider heltid utafor hjemmet. Hjemmene er over gjennomsnittlig utstyrt med hjelpemidler for skolearbeid. Pedagogisk programvare har riktignok ikke noen framskutt plass utover det gjennomsnittlige. Utvalget har dessuten velutstyrte bibliotek med skjønnlitterære bøker og støttelitteratur til skolegang. Og boksamlingene er relativt store. En luksusgjenstand som svømmebasseng er mindre representert enn blant elever flest, men ikke signifikant. Mor har høg utdanning, høyere enn far, og elevene har gått i barnehage. Den klassiske borgerlige kjernefamilien er altså et godt fundament, og mors kunnskaper – det vil si utdanningsnivå – er viktig, viktigere enn fars. Men igjen er det et spørsmål om hva som er årsak og hva som er virkning.

Holdninger til utdanning, skole og lærere⁴²⁵:

Tabell 9: PISA 2003 – Holdninger til skolegang

Holdninger til skole	Alle de 4064	De beste 30	De svakeste 30
Skal ta yrkesfaglig studieretning i videregående skole	46,9 %	16,7 %	60,0 %
Skal ta allmennfaglig studieretning i videregående skole	53,1 %	83,3 %	20,0 %
Skal ta kort utdanning etter videregående skole	11,3 %	3,3 %	
Skal ta minst 3 års utdanning etter videregående skole	33,2 %	43,3 %	
Skal ta minst 5 års utdanning etter videregående skole	25,4 %	63,3 %	13,3 %

⁴²³ Tabellen er en ”oversettelse” av de numeriske resultatene til tilsvarende kategori fra spørreskjemaet, og ser vi altså ingen signifikante forskjeller.

⁴²⁴ 297 av de i alt 4064

⁴²⁵ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del C og D, Spørsmål 20 - 28

Holdninger til skole	Alle de 4064	De beste 30	De svakeste 30
Skolen forbereder meg godt på voksenlivet	62,4 %	70,0 %	65,4 %
Skolen er ikke bortkasta	88,9 %	96,7 %	60,7 %
Skolen lærer meg nyttige ting i forhold til jobb	84,5 %	100,0 %	72,0 %
Har valgt grunnskole på grunn av undervisningstilbud	2,5 %	6,7 %	10,0 %
Har valgt grunnskole på grunn av religiøs tilknytning	1,9 %	0,0 %	13,3 %
Jeg kommer godt overens med lærerne	74,2 %	90,0 %	44,0 %
Lærerne er interessert i hvordan elevene har det	66,4 %	76,7 %	42,3 %
Lærerne lytter til elevene	55,3 %	86,7 %	24,0 %
Lærerne yter ekstra hjelp hvis man trenger det	74,8 %	96,7 %	60,0 %
Lærerne er rettferdige	73,7 %	96,7 %	42,3 %
Jeg blir holdt utafør på skolen	5,5 %	3,3 %	13,6 %
Jeg har lett for å få venner	89,9 %	89,7 %	79,2 %
Jeg føler at jeg hører til på skolen	85,3 %	90,0 %	70,8 %
Jeg passer inn på skolen	90,9 %	90,0 %	80,0 %
Andre liker meg på skolen	90,6 %	90,0 %	76,0 %
Jeg er ikke ensom på skolen	93,0 %	96,7 %	95,8 %
Jeg har kommet for seint tre ganger eller mer siste uke	11,4 %	0,0 %	88,5 %

Blant utvalget på 30 var det 5 som har tenkt å ta yrkesfaglig studieretning på videregående (46,9 %), bare 1 hadde tenkt seg "kort" utdanning (11,3 %), 43,3 % har tenkt seg 3 år etter videregående (33,2 %) og 63,3 % minst 5 år etter videregående skole (25,4 %). Alle forskjeller her må betegnes som store.

70,0 % (62,4 %) synes skolen forbereder godt på voksenlivet, 96,7 % (88,9 %) synes ikke skolen har vært bortkasta, begge grupper er usikre på om skolen gjør elever trygge på å ta beslutninger mens alle (84,5 %) synes skolen lærer bort kunnskaper som er nyttige i jobbsammenheng. Forskjellene her er mindre, men summen gir en klar tendens, og tendensen er at utvalget ser skolens verdier som viktige verdier for livet sitt.

Den spesielle grunnskolen velges ikke av norske elever, bortsett fra unntaksvis. Men av utvalget kan vi merke oss at to (2,5 %) har valgt skolen på grunn av et spesielt undervisningstilbud, og ingen (1,9 %) har valgt skolen på grunn av religiøs tilknytning. 13,3 % (16,2 %) har valgt skolen fordi andre i familien har gått på den. Forskjellene er ikke signifikante.

90,0 % (74,2 %) kommer godt overens med lærerne, 76,7 % (66,4 %) mener lærerne er interessert i hvordan elevene har det, 86,7 % (55,3 %) mener lærerne lytter til det de sier, alle utenom én (74,8 %) mener lærerne yter ekstra hjelp hvis man trenger det og tilsvarende (73,7 %) synes lærerne opptrer rettferdig. De opplever lærerne som interesserte, lyttende hjelpende, rettferdige og de kommer overens med dem.

I hvor stor grad de er enige i denne beskrivelsen, kommer fram av tabellen for hele PISA:⁴²⁶

Tabell 10: PISA 2003 – Forhold til lærer

Poengsum, matematikk	Læreren fungerer positivt som hjelp og støtte i klasserommet:
700-799	Enig
600-699	Enig
500-599	Nøytral
400-499	Nøytral
300-399	Uenig
200-299	Svært uenig

Bare én (5,5 %) føler at han blir holdt utafør på skolen, 89,7 % (89,9 %) har lett for å få venner, 90,0 % (85,3 %) føler at de hører til på skolen, 90,0 % (90,9 %) føler at de passer inn, 90,0 % (90,6 %) mener andre elever liker dem og alle utenom én (93,0 %) hevder at de ikke er ensomme på skolen.

Tendensen for hele PISA 2003 ser slik ut:

⁴²⁶ Igjen har jeg oversatt numeriske verdier til verbale svar, stort sett tatt fra spørreskjemaet.

Tabell 11: PISA 2003 – Forhold til venner

Poengsum, matematikk	Jeg får lett venner, hører til og er godt likt.
700-799	Enig
600-699	Enig
500-599	Enig
400-499	Enig
300-399	Nøytral
200-299	Uenig

Og slik:

Tabell 12: PISA 2003 – Sosialisering

Poengsum, matematikk	Jeg holdes utafør, passer ikke inn og er ensom.
700-799	Uenig
600-699	Uenig
500-599	Uenig
400-499	Uenig
300-399	Svært uenig
200-299	Svært uenig

De som skiller seg ut her, er de svakest presterende, og det kan forklares ved at mange av dem – pga. spesielle individuelle problem – ubevisst føler at de spiller en spesiell rolle i klassen og på skolen. Noen føler kanskje at de har spesielt få venner. Og noen kan kompensere ved avvikende svar på spørsmålet om de føler seg utafør. Men alt i alt ser vi at funnene ikke er signifikante.

Ingen (11,4 %) har kommet for seint på skolen så mye som tre ganger de siste to ukene.

Funnet styrkes klart av undersøkelsen i hele PISA 2003, der det ser ut til at fravær og ”forsovelser” er omvendt proporsjonale med poengskår i matematikk:

Tabell 13: PISA 2003 – Forhold til frammøte

Poengsum, matematikk	Kommer du for seint på skolen?
700-799	Nei
600-699	Av og til
500-599	Nøytral
400-499	Oft
300-399	Oftere
200-299	Svært ofte

Tendensene er ikke så klare i forbindelse med holdninger til skolen. Riktignok har vårt utvalg tenkt seg lengre utdanning, og få har tenkt seg en yrkesfaglig studieretning. De synes – noe mer enn snittet – at skolen fungerer bra, både i forhold til hvilke fag som tilbys, og skolen er nyttig og gir god bakgrunn for yrke og yrkesvalg. Utvalget har et meget godt forhold til lærerne og synes de gjør en god jobb. Og sin egen rolle på skolen beskriver de akkurat som andre elever: De er akseptert, passer inn og har et godt sosialt nettverk på skolen. Vårt utvalg ligger klart høyere enn gjennomsnittet når det gjelder presist oppmøte på skolen. Som sagt tidligere, må det stadig understrekes at resultatene i denne undersøkelsen ikke gir noe klart bilde av hva som er årsak og hva som er virkning: Er du god på skolen fordi du kommer godt overens med lærerne, eller er det omvendt?

Lekser⁴²⁷: Vårt utvalg bruker 4,5 timer (4,8 timer) på lekser i uka, 0,7 timer (0,2) ekstra fordi de er skoleflinke og 2,2 timer ekstra (0,8) på annet skolerelatert arbeid.

Utvalget bruker altså ikke svært mye tid på lekser, men 3 av de 30 utmerker seg med å bruke fra 6 til 20 timer pr. uke på ”egne studier” og én bruker 8 timer pr. uke ekstra fordi han/hun ”er faglig flink”.

Holdninger til og kunnskaper i faget matematikk⁴²⁸:

Tabell 14: PISA 2003 – Holdninger til matematikkfaget

Holdninger til matematikk	Alle de 4064	De beste 30	De svakeste 30
Liker bøker om matematikk	26,2 %	79,3 %	19,2 %
Viktig å gjøre en innsats i matematikk på grunn av jobb seinere	82,3 %	96,7 %	53,8 %
Gleder meg til matematikktimene	28,7 %	65,5 %	30,8%
Liker å arbeide med matematikk	34,1 %	86,7 %	26,9 %
Lærer matematikk for å forbedre yrkesmulighetene mine	81,3 %	93,3 %	57,7 %
Interessert i det jeg lærer i matematikk	50,1 %	96,7 %	30,8 %
Matematikk er viktig for de seinere studiene mine	85,2 %	89,6 %	50,0 %
Matematikk er viktig når jeg skal skaffe meg jobb	72,9 %	82,8 %	57,7 %
Sikker på mine ferdigheter i 8 ulike matematiske emner	66,7 %	100,0 %	40,4 %
Ubekymra i forhold til vanskegraden i matematikk	53,4 %	96,7 %	70,8 %

⁴²⁷ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del D, Spørsmål 29

⁴²⁸ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del E, Spørsmål 30 - 32

Holdninger til matematikk	Alle de 4064	De beste 30	De svakeste 30
Er flink i matematikk	55,2 %	96,7 %	28,0 %
Blir stressa av matematikk	37,2 %	6,7 %	56,0 %
Har gode matematikkarakterer	48,1 %	100,0 %	28,0 %
Blir nervøs av matematikkoppgaver	20,0 %	3,3 %	56,0 %
Lærer matematikk raskt	47,3 %	96,7 %	24,0 %
Matematikk er mitt beste fag	30,7 %	96,7 %	20,0 %
Er hjelpeløs overfor matematikkoppgaver	30,8 %	0,0 %	52,0 %
Forstår de vanskeligste oppgavene i matematikk	30,7 %	100,0 %	36,0 %
Frykter dårlige karakterer i matematikk	57,8 %	6,7 %	68,0 %

79,3 % (26,2 %) liker bøker om matematikk, alle utenom én (82,3 %) mener at å gjøre en innsats i matematikk er viktig med tanke på arbeid seinere, 65,5 % (28,7 %) gleder seg til matematikktimene, 86,7 % (34,1 %) liker å arbeide med matematikk, 93,3 % (81,3 %) lærer matematikk for å forbedre yrkesmulighetene sine, alle utenom én (50,1 %) er interessert i det de lærer i matematikk, 89,6 % (85,2 %) mener faget er viktig for det de skal studere seinere og 82,8 % (72,9 %) mener at det de lærer i matematikk vil hjelpe dem å få jobb.

Interessa for matematikk, matematiske emner og matematikktimene er flatterende, for de flinkeste, og dette er en generell trend:

Tabell 15: PISA 2003 – Interesse for matematikk

Poengsum, matematikk	Er du interessert i matematikk og matematiske emner?
700-799	Enig
600-699	Enig
500-599	Nøytral
400-499	Nøytral
300-399	Uenig
200-299	Svært uenig

8 oppgaver i matematiske emner som bruk av rutetabeller, prosentregning, arealer, grafer, likninger og målestokk tester hva slags tiltro elevene har til egne kunnskaper. Alle i vårt utvalg er sikre på hvordan de skal løse de 8 oppgavene mens 66,7 % av hele undersøkelsen var sikre: Her varierte tiltroa på en sjøl fra 47,5 % til 84,4 %, og dårligst sto det til med algebra, arealer og grafer.

Igjen ser vi en grei sammenheng, og denne bevisstheten om egne kunnskaper er interessant og kanskje ikke det første en lærer legger merke til i ei gruppe. Ofte møter vi elever som virker mer usikre faglig enn de burde være. Men egentlig har altså matematikkelever god peiling på hvor de står. Kanskje er dette spesielt for faget matematikk, der vurdering og resultat er mer absolutt enn i andre fag?

Tabell 16: PISA 2003 – Sjølsikkerhet i matematikkfaget

Poengsum, matematikk	Hvor sikker er du på deg sjøl i faget matematikk?
700-799	Helt sikker
600-699	Ganske sikker
500-599	Sikker
400-499	Nøytral
300-399	Ikke så sikker
200-299	Ikke sikker i det hele tatt

Alle utenom én (53,4 %) er ubekymra i forhold til fagets vanskegrad, alle utenom én (55,2 %) mener de er flinke i matematikk, bare to (37,2 %) blir stressa av matematikkleksar, alle (48,1 %) får gode matematikkarakterer, bare én (20,0 %) blir veldig nervøs av matematikkoppgaver, alle utenom én (47,3 %) lærer matematikk raskt, alle utenom én (30,7 %) mener matematikk er deres beste fag, ingen (30,8 %) føler seg hjelpeløs overfor matematikkoppgaver, alle (30,7 %) forstår også de vanskeligste oppgavene og bare to (57,8 %) frykter dårlige matematikkarakterer.

Strengt tatt er det overraskende hvor stor tro tiendeklassingene har på faget matematikk og fagets viktighet for dem seinere i livet. Men det er også klart at denne troa er mye større i vårt utvalg. At utvalget også liker bøker om matematikk, er riktignok overraskende men naturligvis gledelig. Utvalget har god forståelse for egne kunnskaper, stor tiltro til seg sjøl i faget. Tiendeklassingene i Norge har relativt stor tiltro til egne ferdigheter i matematikk, men vårt utvalg ligger klart over snittet. Noen få – tre stykker – har et svakt selvbilde i forhold til faget og i forhold til de kunnskapene og ferdighetene de faktisk har. Svarene på disse spørsmåla er sannsynligvis ikke helt troverdige. Når over halvparten av norske elever er ubekymra i forhold til faget matematikk og mener de er flinke i faget, stemmer det dårlig overens med (skole)prestasjonene til norske elever. Det er lettere å tro på tallene fra utvalget med de beste 30. Men uansett hvordan man vurderer tallene, er det en signifikant forskjell der utvalget har enda mer positive holdninger til faget enn snittet.

Lekser i matematikk⁴²⁹: Utvalget bruker bare 1,7 timer (2,4 timer) i uka på matematikklekser. 6 av dem bruker ekstra tid fordi de er flinke i matematikk, og 7 deltar i andre matematikkaktiviteter som konkurranser og klubbvirksomheter. Ved en undersøkelse av hele PISA-materialet, viser det seg at de elevene som deltar i andre matematikkvirksomheter, har nøyaktig samme gjennomsnittlige skåre som totalundersøkelsen: 495. Det kan tyde på at denne type aktiviteter i Norge *ikke* er noen utklekkingsanstalt for matematikknerder, men heller et tilbud for å styrke matematikk generelt.

Arbeid med matematikk⁴³⁰:

Tabell 17: PISA 2003 – Egen metode i matematikkfaget

Matematikkmetode	Alle de 4064	De beste 30	De svakeste 30
Finne hva som er viktigst å lære	86,7 %	79,3 %	72,7 %
Ser ofte etter nye måter å løse oppgavene	35,2 %	72,4 %	63,6 %
Kontrollerer meg sjøl	60,8 %	80,0 %	61,9 %
Ser etter begreper jeg ikke har forstått ordentlig	78,1 %	93,3 %	52,4 %
Ser etter anvendelsesmuligheter	58,7 %	56,7 %	60,0 %
Driller enkelte oppgaver spesielt	31,6 %	63,3 %	40,9 %
Pugger en del matematikk	41,3 %	90,0 %	45,5 %
Knytter begreper til noe jeg kan fra før	57,9 %	83,3 %	55,0 %
Terper eksempler for å lære løsningsmetoder	61,0 %	43,3 %	47,6 %
Ser etter tilleggsinformasjon for å finne svar	65,6 %	80,0 %	55,0 %
Ser etter andre interessante spørsmål for å anvende svaret	34,7 %	62,0 %	47,6 %
Ser først etter det jeg er nødt til å lære	59,5 %	56,7 %	66,7 %
Prøver å huske trinnene i framgangsmåten	78,2 %	83,3 %	59,1 %
Knytter nye kunnskaper til andre skolefag	36,3 %	56,7 %	59,1 %

Når jeg leser til en matematikkprøve, prøver jeg å finne ut hva som er mest viktig å lære, mener 79,3 % (86,7 %). Når jeg løser matematikkoppgaver, leter jeg ofte etter nye måter å finne svaret på hevder 72,4 % (35,2 %). 80,0 % pleier å kontrollere seg sjøl (60,8 %). Alle utenom to ser etter begreper de ikke har forstått ordentlig (78,1 %). 56,7 % ser etter anvendelser for det de lærer (58,7 %). 63,3 % driller noen oppgaver slik at de kan løse dem i

⁴²⁹ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del E, Spørsmål 33

⁴³⁰ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del E, Spørsmål 34

søvne (31,6 %). 90,0 % pugger en del matematikk (41,3 %). 83,3 % prøver å knytte nye begreper til noe de allerede kan (57,9 %). 43,3 % terper eksempler for å lære løsningsmetoder (61,0 %). 80,0 % ser etter tilleggsinformasjon for å løse oppgaver de ikke får til (65,6 %). 62,0 % leiter etter andre interessante spørsmål som kan anvende den løsninga jeg har funnet (34,7 %). 56,7 % ser først etter hva de er nødt til å lære (59,5 %). 83,3 % prøver å huske trinnene i framgangsmåter (78,2 %). 56,7 % prøver å knytte nye matematikkunnskaper til andre fag (36,3 %).

Det ser ikke ut til at utvalget vårt går på skoler som prioriterer matematikk spesielt. Timetall og bruk av lengre økter er ikke forskjellig i de to gruppene. Utvalget vårt ser derimot ut til å gå i litt større grupper eller klasser enn gjennomsnittet, sannsynligvis en følge av at styrkning i matematikk er forbeholdt de svakere og foregår i mindre grupper.

Vi kan se konturene av to ulike faglige mål for utvalget vårt og for den gjennomsnittlige eleven. Utvalget vårt har matematikken som sådan som sitt mål: Å løse matematikkproblem. De bruker strategier som ser faget i sammenheng med andre fag, de veit at de må pugge en del stoff, de knytter nye begreper til noe de allerede kan, de ser etter alternative løsningsmetoder, er opptatt av å forstå det de gjør og det de ikke får til og de kontrollerer arbeidet sitt. Gjennomsnittseleven hevder faktisk også å benytte en del tilsvarende strategier, men i litt mindre monn enn de riktig flinke. Gjennomsnitteleven ser derimot ut til å være mer opptatt av hva skolen ser ut til å kreve, hva som noen mener er viktig å lære. Interessant er holdningen til eksemplene i matematikkbøkene: Den ordinære norske læreboka bruker eksempler for å demonstrere lærestoffet i hvert kapittel. Den dyktige eleven bruker disse eksemplene i langt mindre grad enn gjennomsnittseleven: Enten forstår han stoffet uten å kaste bort tid på eksemplet, eller han vil lære stoffet uten denne gjennomgangen. Gjennomsnittseleven bruker eksemplene mer aktivt, og er kanskje mer opptatt av å kopiere for å lykkes. Der læreboka oppfordrer – kanskje ikke med vilje – til kopiering av metoder, bryter de flinkeste med denne metoden til læring og tar stoffet i egne hender for å gjøre det til sitt eget. Men de svakeste ser ut til å gjøre det samme hvis vi skal tro tallene: Hvis vi kan regne med at de svakeste rett og slett ikke får til noe matematikk av verdi, er sannsynligvis svaret her at de har gitt opp, de får ikke noe ut av eksemplene likevel – muligens på grunn av lesevansker i tillegg til matematikkvansker.

Ingen av gruppene ser ut til å være veldig opptatt av nytteverdien av matematikkfaget – igjen et interessant poeng i norsk skole der nytteverdien har vært et slagord i lang tid, både fra myndigheter, politikere og elever. Kanskje nytteverdien egentlig ikke er et viktig pedagogisk knep når alt kommer til alt...

Motivasjon og indre drivkrefter i matematikktimene⁴³¹:

Tabell 18: PISA 2003 – Motivasjon

Motivasjon	Alle de 4064	De beste 30	De svakeste 30
Vil være best	52,8 %	83,3 %	37,5 %
Liker gruppearbeid	69,4 %	56,7 %	62,5 %
Jobber hardt mot eksamen	37,2 %	53,3 %	25,0 %
Samle ideer i gruppa under prosjekt	76,7 %	75,8 %	42,9 %
Jobber hardt for å være best	37,0 %	73,3 %	36,4 %
Arbeider best i grupper	57,2 %	26,7 %	36,4 %
Prøver alltid å være bedre enn de andre	31,6 %	56,7 %	31,8 %
Liker å hjelpe andre	64,0 %	90,0 %	42,9 %
Lærer best av samarbeid	59,5 %	30,0 %	42,9 %
Arbeider best i konkurranse	32,8 %	40,0 %	33,3 %

83,3 % (52,8 %) vil gjerne være best i klassen i matematikk. 56,7 % (69,4 %) liker gruppearbeid i faget. 53,3 % (37,2 %) arbeider veldig hardt for å lykkes til eksamen. 75,8 % (76,7 %) ser positivt på å samle alle ideene i ei gruppe under prosjekter. 73,3 % (37,0 %) jobber virkelig hardt for å være en av de beste. 26,7 % (57,2 %) arbeider best med faget når de arbeider i grupper. 56,7 % (31,6 %) prøver alltid å gjøre det bedre enn de andre. 90,0 % (64,0 %) liker å hjelpe andre til å gjøre det godt. 30,0 % (59,5 %) lærer best av å arbeide sammen med andre. 40,0 % (32,8 %) arbeider best når poenget er å være bedre enn andre.

Ambisjonene understrekes klart av hele undersøkelsen:

Tabell 19: PISA 2003 – Ambisjoner om å være best

Poengsum, matematikk	I hvor stor grad vil du være best?
700-799	Enig
600-699	Litt enig
500-599	Nøytral
400-499	Uenig
300-399	Mer uenig
200-299	Svært uenig

⁴³¹ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del F, Spørsmål 37

Den sosiale sida, i alle fall i forhold til gruppearbeid, ser slik ut:

Tabell 20: PISA 2003 – Gruppearbeid

Poengsum, matematikk	Hvordan ser du på grupperarbeid?
700-799	Nøytral
600-699	Nøytral
500-599	Nøytral
400-499	Nøytral
300-399	Uenig
200-299	Svært uenig

Ei spesiell side ved gruppearbeid er arbeidet med å hjelpe andre:

Tabell 21: PISA 2003 – Liker å hjelpe andre

Poengsum, matematikk	Liker å hjelpe andre
700-799	Mer enig
600-699	Enig
500-599	Nøytral
400-499	Nøytral
300-399	Uenig
200-299	Svært uenig

Trass i at flinke elever synes det er inspirerende og morsomt å hjelpe andre, ser det ut til at de ser på gruppearbeid som lite egna for at de sjøl skal lykkes i faget. Mange har en indre drivkraft om å være best, og det ser ut til at konkurranse fungerer positivt for dem. Gjennomsnittseleven ser derimot gruppearbeidet som en fin måte å lære på. Og også gjennomsnittseleven virker motivert i PISA-undersøkelsen. At elever stort sett er motiverte i grunnskolen i et fag som matematikk, bør få oss til å undres aldri så lite. Her svarer nok en del av de spurte mer positivt enn det som er realiteten. Dette tør jeg påstå i lys av hvor mye eller lite arbeid norske elever gjennomsnittlig legger i skolearbeid. Og at så mange som over halvparten av alle tiendeklassinger har som mål – eller drømmer om – å være best (!) i klassen i matematikk, sjøl om det bare er én av omkring 25 (4 %) som i realiteten kan være det – er, for å si det mildt, et ganske spennende svar. Likedan skal vi altså merke oss den pedagogiske sprengkrafta som ser ut til å ligge i det å forklare et stoff for medelever.

Lærerne i matematikktimene⁴³²:

Tabell 22: PISA 2003 – Lærerne

⁴³² PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del F, Spørsmål 38

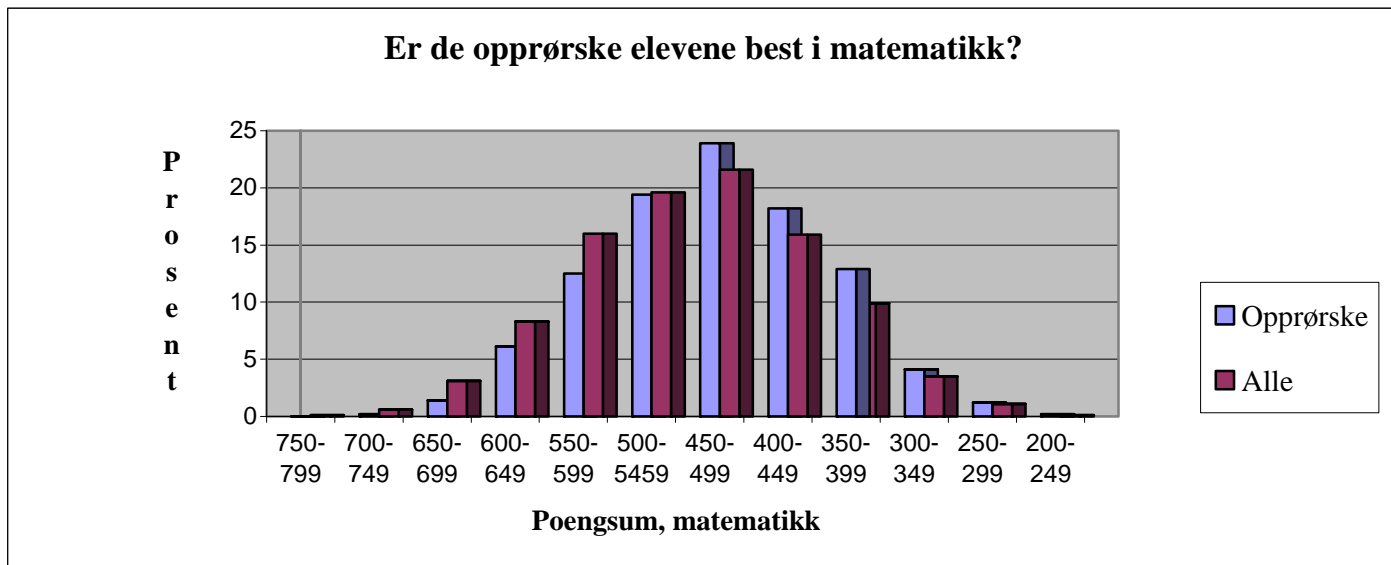
Lærerne i matematikk	Alle de 4064	De beste 30	De svakeste 30
Viser interesse for den enkelte elevs læring	90,1 %	100,0 %	71,4 %
Elevene hører ikke etter	89,6 %	96,7 %	75,0 %
Lærer gir ekstra hjelp ved behov	88,6 %	96,7 %	66,7 %
Best med utgangspunkt i skriftlig materiale	92,6 %	93,3 %	66,7 %
Lærer hjelper elever å lære	95,9 %	100,0 %	70,0 %
Det er bråk og uro i timene	90,8 %	96,7 %	94,4 %
Lærer forklarer helt til elevene forstår	87,3 %	93,3 %	73,7 %
Lang tid før det blir ro	84,3 %	93,3 %	57,1 %
Elevene arbeider ikke godt	87,1 %	100,0 %	75,0 %
Lærer tillater at elever uttrykker sine egne meninger	86,8 %	96,7 %	80,0 %
Elevene begynner arbeidet lenge etter at timen har begynt	84,0 %	70,0 %	70,0 %

Alle (90,1 %) mener lærerne viser interesse for den enkelte elevs læring. Alle utenom én (89,6 %) mener elevene ikke hører etter. Alle utenom én (88,6%) sier at læreren gir ekstra hjelp når det er behov. Alle utenom to (92,6 %) arbeider med utgangspunkt i skrevet materiale. Alle (95,9 %) mener læreren hjelper elevene med å lære. Alle utenom én (90,8 %) nevner bråk og uro i timene. Alle utenom to (87,3 %) sier at læreren forklarer helt til elevene forstår. Alle utenom to (84,3 %) hevder det ofte tar lang tid før elevene roer seg. Alle (87,1 %) mener at elevene ofte ikke klarer å arbeide godt. Alle utenom én (86,8 %) mener at lærerne gir elevene mulighet til å uttrykke sine meninger. 70,0 % (84,0 %) mener at elevene ofte ikke begynner arbeidet før lenge etter at timen har begynt.

Når det gjelder den generelle holdningen til matematikklærerne, er forskjellene på utvalget og gjennomsnittet ganske små, og kanskje er det urimelig å konkludere. Vi ser jamt over svært høge prosent, og i mange tilfelle er alle i utvalget, 100 %, enige om et synspunkt, og det er et sterkt signal. Utvalget ser riktignok ut til å være mer oppmerksom på dårlige arbeidsvaner og uro enn gjennomsnittet, og da er det nok "de andre elevene" de har bitt seg merke i.

Det er kanskje påfallende at hele 13,2 % mener lærerne sjelden eller aldri gir elevene mulighet til å uttrykke sine meninger. I utvalget er det kun én elev som vurderer det slik. I tillegg til mye av det vi har sett på tidligere, er dette et nytt tegn på at de flinke i matematikk er mer tilpassa og mer vennlig stemt overfor skole og lærere enn gjennomsnittet. Vi ser litt nøyere på dette ene spørsmålet i hele PISA 2003: *Læreren gir elevene mulighet til å uttrykke*

sine meninger⁴³³, der svaralternativet *Aldri eller nesten aldri* fanger opp elever som er i opposisjon:



Figur 20: PISA 2003 – Opprørskhet

Sammenlikner vi poengsummene på matematikkprøva mellom de i opposisjon og alle, ser vi av diagrammet at de opposisjonelle skårer dårligere enn snittet: Forskjellen er gjennomsnittlig 19 poeng under snittet på 495. Men vi kan jo legge merke til at blant dem i opposisjon, er det klart færrest av dem som skårer best. Det bekrefter at ”opprørerne” ikke er blant dem som lykkes best i matematikk – men sammenhengen kan ikke dokumenteres, til det er først og fremst spørreskjemaet i PISA for dårlig på dette feltet.

Hvor homogen er egentlig gruppa med de aller beste? Vi ser på noen avvikende enkelttilfeller⁴³⁴:

- En gutt⁴³⁵ i utvalget skilte seg ut ved å *ikke* ha gått i barnehage og ved å ha lite bøker hjemme.
- En gutt⁴³⁶ skilte seg ut ved å hevde at skolen har vært *bortkasta tid*.
- Én gutt⁴³⁷ skilte seg ut ved å føle seg *utafor og være ensom*.
- Ei jente⁴³⁸ skilte seg ut ved å være redd for at matematikktimene skulle være vanskelige, følte seg ikke flink i matematikk, blir stressa av matematikkleser og *mener ikke at matematikk er et av hennes bedre fag*.

⁴³³ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del F, Spørsmål 38j

⁴³⁴ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Utvalgte svar

⁴³⁵ Elev rangert som nr. 14 av de 30. PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Spørsmål 20 og 19

⁴³⁶ Elev rangert som nr. 4 av de 30. PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Spørsmål 24b

⁴³⁷ Elev rangert som nr. 15 av de 30. PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Spørsmål 32a, b, c og g

⁴³⁸ Elev rangert som nr. 12 av de 30. PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Spørsmål 20 og 19

- Én mener hun⁴³⁹ *ikke lærer matematikk raskt*.
- En gutt og ei jente⁴⁴⁰ mener de vil få *dårlige* karakterer i matematikk.
- Og én mener altså at hun⁴⁴¹ sjelden får mulighet til å uttrykke sine egne meninger.

Åtte av de 30 elevene i utvalget har altså overraskende⁴⁴² svar. Mange av overraskelsene har med typiske ungdomsfenomener å gjøre: Ensomhetsfølelse, svak selvfølelse og sterk sjølkritikk. Én elev er muligens sterkere utadretta opposisjonell enn de fleste, og én kommer fra et atypisk hjem i forhold til utvalget. Naturligvis *skal* et utvalg ha slike unntak, et godt norsk ordtak hevder akkurat dét. Verdt å merke seg er det i alle fall at sjøl de aller flinkeste kan ha vansker med å stole på kunnskapene sine *og* at det lar seg gjøre å lykkes i matematikk trass i materielle forhold eller at foreldre ikke sjøl har utdanning eller eier de ”riktige” kulturelle gjenstandene.

Det vil være sannsynlig at man finner de samme korrelasjonene hvis man undersøkte de dyktigste skribentene, de dyktigste i fremmedspråk eller de mest kunnskapsrike om samfunnsforhold og så videre. Det kunne vært interessant å finne ut om korrelasjonen er tilsvarende eller sterkere for slike fag enn for matematikk. Lærere som underviser i matematikk, har i mange tilfelle en ryggmargsfølelse at man kan finne gode matematikkvner hos hvem som helst, altså uavhengig av bakgrunn og familieforhold. Nærværende undersøkelse motsier imidlertid den hypotesen, i alle fall til en viss grad.

Men vi skal likevel være klar over at når vi snakker om de 30 beste av 4064, må vi huske at disse 30 ikke nødvendigvis er ekstreme eller kommer til å få noen ekstrem matematikkfaglig karriere. Kanskje finner få av dem veien til høyere studier i faget fordi de etter videregående ikke lenger befinner seg så vel med matematikken som de gjorde da de var 16 år...

Ulike emner i matematikk: PISA-undersøkelsen deler inn matematikkinnholdet i 4 sentrale ideer⁴⁴³:

⁴³⁹ Elev rangert som nr. 3 av de 30. PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Spørsmål 32f

⁴⁴⁰ Elev rangert som nr. 7 og 25 av de 30. PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Spørsmål 32j

⁴⁴¹ Elev rangert som nr. 26 av de 30. PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Spørsmål 38j

⁴⁴² Andre vil kanskje kunne se enda flere ”overraskelser”, men de vil sannsynligvis falle inn under det mønsteret jeg tolker de fleste overraskelsene inn under.

⁴⁴³ Kjærnsli 04, side 37 - 39

- Forandring og sammenheng: Matematiske oppgaver som dreier seg om utvikling og forandring som følger underliggende mønstre, som for eksempel befolkningsvekst.
- Rom og form: Vår visuelle verden og todimensjonal representasjon som for eksempel arkitekttegninger.
- Usikkerhet: Målinger beheftes alltid med usikkerhet, og PISA er på jakt etter hva slags vurderinger eleven gjør av slik usikkerhet.
- Tall og mål: Beskrivelse av fenomener ved hjelp av tall, både i forhold til hverandre og som absolutte størrelser.

Utvalget vårt består av elever som stort sett skårer meget bra i alle fire kategoriene. De tre beste skiller seg klart ut i forhold til resten, og den aller beste er på absolutt topp i alle kategorier. Dette gjelder også nummer tre på lista, mens nummer to er relativt svakere både når det gjelder usikkerhet og tall og mål. Nummer 19 på lista er relativt sett svak i rom og form, men ellers på absolutt topp. Nummer 10 på lista har relativt sett svake prestasjoner i flere av kategoriene.

Det er vanskelig å konkludere noe utfra disse variasjonene. Det er mulig at det er akkurat de tre beste som har utført de virkelig ekstreme prestasjonene, og at de i framtida etter all sannsynlighet vil fortsette å utvikle det som kanskje er spesielle evner i faget matematikk. Akkurat dét kunne det vært morsomt å finne ut – men i en annen sammenheng.

Elevspørreskjemaet gir oss visse hint om forholdet mellom elev og *skole*. Og i PISA har norske skoler blitt beskrevet spesielt gjennom spørreskjemaer. Disse dataene kan koples direkte til den enkelte elev. Det vil ikke bli gjort i denne undersøkelsen. Med et utvalg på bare 30 vil denne koplinga være vanskelig, i alle fall vil det være vrient å få noen brukbare svar fra dem. Og hva som kjennetegner norske skoler som skårer høgt,⁴⁴⁴ er det faktisk vanskelig å si noe om. For eksempel er det slik i PISA 2000-undersøkelsen at så mye som 25 % av variansen mellom skoler kan forklares av antall ”bøker i hjemmet”⁴⁴⁵, og da er det klart at sammenhenger mellom skolen i seg sjøl og elevresultatene er ganske vanskelige å finne og dokumentere. Undersøkelsen prøver å vise at kvalitetene til en skole skal kunne gjøre at resultatene kan forventes å bli så og så høge. Snittet i PISA 2000 var 505, og avviket i forhold til forventningen på den enkelte skole lå i intervallet $[-97,+63]$. Variansen var på hele 24,3.

⁴⁴⁴ Turmo 04

⁴⁴⁵ Turmo 04, side 49

Og hvis vi tenker oss ekstremeksemplet der alle skoler fordelte seg jamt over dette intervallet, ville variansen likevel ikke bli høgere enn 41,9. Dette tyder på at målingen av hva en skole kan forventes å produsere av resultater, er svært dårlig. Forventningene slår altså ikke til.

Klassen er også beskrevet i eget spørreskjema, men igjen er det vanskelig å bruke det på de 30 i utvalget. Jeg vil heller henwise til en klassiker i å beskrive hvordan det optimale klasseromsarbeidet bør foregå. Jeg har tidligere nevnt videostudiene fra PISA-undersøkelsene, der japansk metodikk var forbilledlig, samtidig som den resulterer i gode resultater. I Europa har det vært eksilungareren Pólya⁴⁴⁶ som har inspirert flere generasjoner matematikklærere, og hans klassiker, *How to solve it*⁴⁴⁷ fra 1945 gir konkrete beskrivelser på hvordan møtet mellom lærer og elev bør være.

Vi har nå gjennomført en nærstudie av elevspørreskjemaet i PISA 2003 og sett at mange av svarene passer godt sammen med tilsvarende eller liknende svar fra TIMSS. Før vi forlater PISA-undersøkelsen, skal vi se hva vi kan finne ut om skolen og klassen som bakgrunn for resultater i faget matematikk:

⁴⁴⁶ George Pólya (1887 – 1985)

⁴⁴⁷ Pólya 45

Ei oppsummering



448

Vi skal nå foreta ei oppsummering av det vi har sett på og trekke tråder som kan være nyttige. Og jeg gjentar det jeg har sagt før: Det er tvingende nødvendig for meg å vurdere funnene både etter naturfaglige kriterier, og etter andre kriterier.⁴⁴⁹

Oppsummering

Oppsummering av funn. Sammenlikning av TIMSS og PISA. Om årsak og virkning. Om lydighet. Om ambisjoner. Om kulturkonservative holdninger. Om klassiske vitenskaper. Om konkurranse. Om prektigheten.

En dag i oktober⁴⁵⁰ 2005 hadde det gått ti måneder fra resultatene av TIMSS og PISA 2003 blei offentliggjort. Ti måneder som kanskje kan ha gjort resultatene gamle. Jeg har brukt denne tida på prøve å finne svar på hva som ligger bak de riktig gode matematikkunnskapene og –prestasjonene. Utgangspunktet mitt var å se på summen av bakgrunn, uten tanke på hva som kan være målbart, og om disse bakgrunnsfaktorene faktisk var sammenliknbare. Fra PISA – og TIMSS – er den del av faktorene kartlagt eller delvis kartlagt. Dette gjelder faktorer som kjønn, leseferdigheter, holdninger til læring, læringsstrategier, lærere, fag og skole. Det gjelder lekser, hjemme- og familieforhold, foreldras yrker og økonomi. Og det gjelder skoler og rektorer. Noen av disse faktorene er bare så vidt berørt, og noen av faktorene lar seg faktisk ikke fange inn av spørreskjemaene.

⁴⁴⁸ Watterson 91 – Bind 2, side 124

⁴⁴⁹ Debatten om Snows ”to kulturer” er en viktig årsak til dette standpunktet – men jeg har argumentert for det på flere steder og skal ikke gjenta det her.

⁴⁵⁰ Den avhoppende matematikkstudenten Sigurd Hoel bør få en fotnote. Disse konklusjonene er altså første gang satt på papiret i oktober 2005, ti måneder etter publiseringa av resultatene fra PISA 2003 og TIMSS 2003.

I tillegg til det PISA og TIMSS kunne svare på, har vi sett på enkelthistorier: Fins det fellestrekk eller interessante forhold ellers hos verdensberømte matematikere og hos andre med spesielle interesser for matematikk? Og vi har brukt my plass på en del faktorer av mer eller mindre teoretisk karakter: Er en matematiker en spesiell mennesketype, feiler det ham eller henne noe spesielt, tilhører han en annen kultur enn en humanist? Har han en spesiell hjerne eller spesielt høgt IQ? Har dagens teknologiske nivå noen spesiell virkning i matematikkundervisninga? Undervisningskultur? Offentligheten der både politisk, kulturelt og økonomisk klima spiller inn? Underholdnings- og fritidssamfunnet, har det betydning for skoleprestasjonene?

Det er vanskelig å komme noe konkret sted med disse antakelsene, så til en viss grad må de bli stående som teorier og spørsmålstegn. Derved kunne det kanskje være logisk å sløyfe dem, rett og slett avgrense denne undersøkelsen til ikke å komme inn på disse faktorene men la PISA sette grensene. For meg er dette et dårlig svar. Det vil kunne føre til et resonnement som i ytterste konsekvens kan trekke konklusjoner på et tynt og skeivt grunnlag, utfra hva PISA fant det opportunt å undersøke. I stedet trenger jeg disse andre momentene jeg har brakt inn for å sette undersøkelsene fra 2003 i perspektiv. For det første har offentligheten – norske medier og norske politikere for eksempel – trukket bastante konklusjoner på grunnlag av både PISA og TIMSS. Få har vært opptatt av hva som *ikke* blir målt. For det andre tallfester begge undersøkelsene forhold i norske skoler som om det dreier seg om at svarene kan være eksakte. Hovedrapportene er naturligvis tallmessig korrekte, men tallfestinga gir likevel et skinn av nøyaktighet som *ikke* er holdbart. Jeg skal ikke gjenta det jeg tidligere har påpekt som skeivheter, men bare minne om at når man trekker vidtgående slutninger på en snever undersøkelse, kan det bli feil. Og for det tredje sier disse sannsynlige faktorene oss at det er umulig å vekte funnene våre mot hverandre. Hva har størst innvirkning, kjønn, skilte foreldre, partitilknytning eller IQ?

Det finnes en undersøkelse som⁴⁵¹ – satt på spissen – antyder en konklusjon om at det bare er ett eneste moment av betydning når det gjelder barns utvikling og evne til å motta kunnskap og utvikle den: Hva slags hjem de kommer fra⁴⁵². Rapporten legger vekt på leseforståelse. ”God leseforståelse (er) en forutsetning for å tilegne seg kunnskap og lære innenfor de fleste

⁴⁵¹ Aukrust 05

⁴⁵² Morgenbladet 06

virksomhetsområder.”⁴⁵³ Og det viktigste funnet – spesielt i forhold til hva vi har sett på er i denne sammenhengen: ”Barns vokabular viser relativ stabilitet fra slutten av barnehagealderen fram mot voksen alder i den forstand at barn som har et lite vokabular når de begynner på skolen også med sannsynlighet har det ved slutten av sin skolegang, og motsatt; barn som har et godt utviklet vokabular i tidlig alder ser ut til å fortsette å videreutvikle det slik at de går ut av skolen med et høyt vokabular og god leseforståelse.”⁴⁵⁴ Og utfra hva jeg har gått gjennom ovafor, er det ikke vanskelig å være enig i et slikt synspunkt. Det beklagelige med en slik sammenheng er naturligvis at skole, undervisning, lærere, læreplaner, lærebøker og så videre bare vil ha marginal effekt når det gjelder å hjelpe elever med å utvikle seg faglig. Løpet vil i stor grad være lagt før og i barnehagen og i heimen.

Når det er sagt, er det dessuten viktig å være klar over at dataene fra PISA og TIMSS er noe mangelfulle eller skeive i forhold til denne vektlegginga av hjemmemiljøet: Jeg har tidligere poengtert at en del kjente matematikere hovedsakelig har fått sin undervisning hjemme. Og effekten har – utfra enkeltksempelene – vært god. For det første støtter dette konklusjonene jeg nettopp har referert. I tillegg kan det være slik at elevene opplever en gjennomgående konsistent holdning til læring. Hjemmets læringskultur byr ikke på store omskiftninger, den kan by på trygghet og konsekvens i langt større grad enn skolens. Jeg sier ikke at skolen er utrygg, men den vil alltid stå for et annet miljø og en annen metodikk enn det trygge hjemlige, der man har lært å snakke, å gå og en mengde andre nyttige ferdigheter.

Dette gir oss muligens også et svar på hvorfor PISA-undersøkelsen om skolens innflytelse⁴⁵⁵ gir så sprikende og dårlige svar: Skolen og undervisninga har ikke den innflytelsen som vi gjerne skulle ønske. Dette høres defensivt og ganske trasig ut. men vi må huske på at skolen likevel er en kunnskapsformidler, og som kunnskapsformidler og treningssenter for lesing, skriving og regning har den naturligvis sin plass, og bør alltid strebe etter å bli bedre – sjøl om den ikke klarer å reparere skeivheter fra de første leveåra.

Vi har også sett på tilbud til begavede studenter. Mange av dem likner det vi vil se på som undervisning etter tradisjonelle eller gammeldagse prinsipper og forelda pedagogikk. Det kan

⁴⁵³ Aukrust 05, side 4

⁴⁵⁴ Aukrust 05, side 4 (tegnsettingsfeilene er originale)

⁴⁵⁵ Turmo 04, PISA 2000

dreie seg om drill, om fokus på grunnleggende ferdigheter og tallforståelse og kanskje utsettes tekniske hjelpemidler noe lenger enn i ordinær skole. En matematikkonferanse i 2004⁴⁵⁶ gir et slikt inntrykk:

- Tradisjonell tavleundervisning
- Homogene grupper
- Motiverte og utvalgte elever
- Hardt arbeid
- Sjølstudium
- Akselerert pensum
- Konkurransen

I dette ligger det trekk av en viss konservativ holdning til skole, en konservatisme som vi sannsynligvis ville kunne knytte til oppvekst og hjemmeforhold. Denne konservatismen skal vi se at vi kan kjenne igjen i de to undersøkelsene fra 2003.

TIMSS 2003 undersøkte 14-åringene. Når det gjelder vårt utvalg, de 30 eller litt under den beste prosenten, er det ganske overraskende at de ikke ville skilt seg ut på noen tilsvarende måte dersom de hadde prestert det samme i et land som skårer høgt. 28 (93 %) er født i Norge, 55 (92 %) av de 60 foreldra er det. Jenteprosenten er på 43 %. 14-åringene bor i kjernefamilier med få søsken og biologiske foreldre, alle har gått i barnehage, mors utdanning er høg, både relativt og absolutt, og barna har god kunnskap om hva slags utdanning og yrke foreldra har. Sjøl har de planer om høg utdanning. Bakgrunnen kan karakteriseres som en trygg kjernefamilie med godt utstyrte hjem, høg utdanning og sans for litteratur. Elevene har positive holdninger til matematikk, gjør unna lekser på skolen og oppfører seg som mønsterelever i holdninger til skole, fag og lærere. Elevene bruker datamaskin i relativt liten grad, tilsvarende er bruk av TV, video, dataspill og internett under gjennomsnittet.

PISA 2003 undersøkte 16-åringene. Og i motsetning til i *TIMSS* ville den beste norske prosenten skilt seg klart ut i alle land og vært blant de 2 – 3 % beste. Jenteandelen har sunket til 33 %, men ellers stemmer inntrykkene fra *PISA* på alle punkt med *TIMSS*. *PISA*-elevne svarer – i forhold til bøker – at de er glade i å lese. Og foreldras yrker er det vi godt kan kalle tradisjonelle, med et stort innslag av omsorgsykker innen utdanning og helse, særlig for mødrenes del. Elevene har ikke betalt jobb ved sia av skole, et særtrekk i forhold til hele

⁴⁵⁶ ICME 04

undersøkelsen. De har planer om lang utdanning. Elevene har positive holdninger til matematikk, gjør unna lekser på skolen og oppfører seg som mønsterelever i holdninger til skole, fag, lærere. De har gode strategier for å lære matematikk, de er konkurranseinnstilt og vil gjerne være best, de kommer ikke for seint på skolen, er veltilpassa, sikre på seg sjøl og sikre på matematikkunnskapene. Holdningene til moderne medier er som blant TIMSS-elevene litt reservert.

TIMSS og PISA gir både ulike og like svar: For Norges del gir TIMSS dårligere resultater. Eller – for å snu det på hodet: TIMSS gir bedre resultater i andre land. Mange svar vi får – bortsett fra faktaopplysninger som kjønn, alder, yrker osv. – er relative slik at hvis det skjer noe radikalt med andre land i forhold til Norge, vil Norge ha blitt ”dårligere”, uten å nødvendigvis ha blitt det absolutt. I internasjonal sammenheng skiller ikke 14-åringene seg ut, ikke en gang de beste. Og TIMSS-undersøkelsene understreker dette poenget. Norske elever er kanskje slow starters. Årsakene kan ligge i skolesystemet og i undervisninga i de første skoleåra. Ungdomstrinnet retter opp noe av dette inntrykket, i alle fall blir de beste i norsk skole riktig gode. Blant de yngste er de beste jentene nesten like gode som guttene i matematikk, seinere blir de gode guttene i overvekt. Ellers fungerer altså TIMSS som en klar bekreftelse på at tendensene for de 30 beste i PISA er korrekte.

Nå er det vanskelig – som tidligere nevnt – å avgjøre om de årsakssammenhengene jeg setter opp, går rett vei: Hva som er årsak, hva som er virkning eller om årsak og virkning påvirker hverandre dialektisk, gir ikke undersøkelsen svar på. Så jeg skal passe meg vel for å konkludere entydig. Dessuten er det slik at for eksempel noen livsforhold som ser ut til å være betingelse for matematisk begavelse, ikke nødvendigvis fører til at barn blir matematisk begava. Kanskje de i stedet blir lingvister, musikere eller uten noen spesielle fortrinn.

Lydighet

Lydigheten er et poeng i faget matematikk: Utdanning i faget er oppdragelse til lydighet. Alle oppgaver har løsninger, de har vært løst før, og det fins bare ett fasitsvar. Dette står i sterk motsetning til humanistiske fag. For det første har ikke skolen, læreboka, lærer noe fasitsvar. Og ofte er vegen til svaret viktigst, det gode resonnementet. Skolematematikken er helt og holdent motsatt: Lærer og læreboka har løst oppgavene før og har ett rett svar. Jeg skal ikke påstå at dette har dyptgripende konsekvenser for realfag kontra de andre faga, men eksistensielt sett bør det ha konsekvenser. Kanskje gode matematikkelever er mer *lydige* enn andre som en konsekvens av dette fenomenet.⁴⁵⁷ Undersøkelsen viser dessuten at de med over gjennomsnittlige matematikkferdigheter er minst i opposisjon.⁴⁵⁸

Ambisjoner



459

Vi har sett at kjønn har betydning for matematikkresultatene, og en mer omfattende undersøkelse av sammenhengen mellom kjønn og matematikk viser at guttene skårer både best og dårligst.⁴⁶⁰ Den elevgruppa i norske skoler som utmerker seg i matematikk, den beste prosenten i PISA 2003, har mye til felles: Det er en overvekt av gutter og de har vokst opp i en kjernefamilie uten skilsmisse.⁴⁶¹ Mor og far er utearbeidende, i stor grad heltidsansatt.⁴⁶² Korrelasjonen er størst i forholdet til mor. Mange av resultatene knytter mors rolle sterkest til barnets skolerestater. Men det bør være klart at foreldre som ikke er skilt, korrelerer positivt.⁴⁶³ Utdanningsnivået hos foreldra er spesielt interessant, og kanskje overraskende.⁴⁶⁴

⁴⁵⁷ Matematikk på høyere nivå, spesielt som forskningsfelt er naturligvis ikke et fag med fasitsvar...

⁴⁵⁸ Men undersøkelsen har altså bare ett spørsmål i den anledning, så konklusjonen er trukket på litt vaklende grunnlag.

⁴⁵⁹ Watterson 91 – Bind 7, side 119

⁴⁶⁰ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del A, Spørsmål 3

⁴⁶¹ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del B, Spørsmål 4

⁴⁶² PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del B, Spørsmål 5

⁴⁶³ I elevgruppene med lavest skår på matematikktesten, mangler en del svar omkring foreldras yrker.

Vi ser at korrelasjonen mellom utdanning og høgt presterende barn slår ut når foreldra – og i aller størst grad far – har høgskole/universitetsutdanning av middels varighet, 3-4 år. Foreldre med lengst utdanning får barn som presterer bra, men ikke nødvendigvis *meget* bra, slik som foreldre med middels utdanningslengde. Når det gjelder generelt lav utdanning, ser vi at mors utdanningsnivå korrelerer sterkest. Mors og fars yrker har for dem som presterer best, et tradisjonelt preg, omsorgsyrker er høgt representert. Sosialt sett er det altså snakk om suksess der foreldra har tatt en kort høgskole- eller universitetsutdanning. Dette kan ha som effekt at det forventes mer av barna, kanskje det naturlig ligger ambisjoner på vegne av barna som er høgere enn i familier der foreldra har tatt embetseksamen: I slike familier er man kanskje mer tilferds med sosial status, noe som gjenspeiler seg hos barna.

Norsk skole har vært opptatt av å bedre motivasjonen hos elever – mange vil si at de fleste debatter om innholdet i skolen egentlig har dreid seg om dette. Et problem har vært at elevenes *indre* motivasjon har vært svak, og dette har vært forklart med stor arbeidsledighet, med at utdanning ikke har lønt seg og med at skolekunnskaper ikke har relasjon til det såkalt virkelige liv. Derfor har skolen søkt å styrke den *ytre* motivasjonen. Debatten om prosjektundervisning⁴⁶⁵, uteskolen⁴⁶⁶ og tavla⁴⁶⁷ har i bunn og grunn dreid seg om denne manglende ytre motivasjonen i norsk skole. Det ser ut til at de elevene vi har studert, de som lykkes aller best i matematikk, har en god indre motivasjon og lite behov for noe annet for å lære. De er konservative i forhold til nye medier, de utfører arbeidet slik skolen ønsker det av dem og de har et meget positivt forhold til den type undervisning som tradisjonelt drives i skolen – og til lærernes metoder. Dette understrekes igjen av didaktikken som benyttes på såkalte eliteskoler i andre land: Tradisjonell, ja til dels meget tradisjonell undervisning.

Kulturkonservatisme

Vi har tidligere sett på innvirkning fra barnehage.⁴⁶⁸ PISA kan ikke gi oss videre svar, som det går fram av tabellen. Hjemmene er ikke nødvendigvis luksushjem, men er velutstyrt.⁴⁶⁹ Barna har tilgang på datamaskin og internett i litt større grad enn andre barn som skårer

⁴⁶⁴ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del B, Spørsmål 12

⁴⁶⁵ Reform 94

⁴⁶⁶ Limstrand 04, Tiller 03

⁴⁶⁷ En pedagog tilbød 1000 kroner for hver tavle som blei kasta ut av et klasserom i kjølvannet av R94.

⁴⁶⁸ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del B, Spørsmål 20

⁴⁶⁹ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del B, Spørsmål 17

dårligere i matematikk. Men vekt på PC-spill og pedagogisk programvare er mindre. Økonomien er god, og hjemme legges det vekt på danning. Det leses skjønnlitterære bøker, kunst er viktig og – da støtter jeg meg på TIMSS – samtalen i hjemmet har klare innslag av å være samtaler med et kulturelt preg⁴⁷⁰ – for eksempel om politikk, samfunnsspørsmål, litteratur.⁴⁷¹ I PISA ser vi tilsvarende tendens når vi undersøker hvilken plass klassisk litteratur, lyrikk og kunst har. Oppslagsverk⁴⁷² er også naturlig i hjemmene til de høgest presterende. Størrelsen på boksamlingene er dessuten proporsjonale med matematikkprestasjonene viser det seg – sjøl om spørreskjemaet har ganske enkle kategorier for svar.⁴⁷³

Moderne medier har – som vi har sett – mindre plass enn i andre hjem, i motsetning til tradisjonelle medier. Denne ballasten er en del av årsaken til at elevene er veltilpassa på skolen, i mange tilfelle kan de se ut som mønsterelever, med stor tiltru til utdanning, det norske skolesystemet, lærerne og til det kunnskapsidealet som den norske skolen står for.⁴⁷⁴ En tysk tolkning av PISA-resultatene har en enda sterkere konklusjon: ”Kanskje vi må tilbake til tavle og kritt. Det er billigere, og slik det er i dag, fungerer tavla kanskje bedre til undervisning.”⁴⁷⁵

Vi ser mønster av en kulturkonservativ familie der tradisjonelle medier har en langt breiere plass enn de moderne. I andre tilsvarende undersøkelser har vi sett spor av det samme. Samtalen i hjemmet har vært et indisium som virker positivt, likedan nedtoning av TV- og videobruk og av andre elektroniske medier, mens boka står sterkt i dannelsesarbeidet.

Klassiske vitenskaper

Interessa for matematikk, matematiske emner og matematikktimene er vel så flatterende, for de flinkeste.⁴⁷⁶ Alle har stor innsikt i sine egne evner til å løse matematikk, de mest begavete er for eksempel ”helt sikre” på at de klarer å løse de oppgavene de fikk spørsmål om.⁴⁷⁷ Igjen møter vi holdninger som støtter opp under verdier fra et litt eldre samfunn: Matematikken har

⁴⁷⁰ Lie 01, side 215 – 216 – spørsmålet er ikke stilt i seinere undersøkelser

⁴⁷¹ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del B, Spørsmål 17

⁴⁷² PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del B, Spørsmål 17 - ordbøker

⁴⁷³ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del B, Spørsmål 19

⁴⁷⁴ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del D, Spørsmål 26

⁴⁷⁵ Halvorsen 05, som siterer den tyske utdanningsøkonomen Thomas Fuchs

⁴⁷⁶ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del E, Spørsmål 30

⁴⁷⁷ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del E, Spørsmål 31

en klar egenverdi blant dem som lykkes. De trenger ikke argumenter som nytte – bortsett fra at jobbmuligheter nevnes. Men det ser ut som om det er en annen drivkraft bak resultatene. Det kan virke som om de stoler på skolens prioriteringer – og er lydige. Og de har ikke blitt farga av pedagogiske diskusjoner om nytteverdi og trenger ikke forstå vitsen med å lære. Til en viss grad ligger tilfredsstillelsen i faget som egenverdi.

Konkurranse

Norsk skole har alltid sett på konkurranse og individualisme som noe vi bør skjerme elevene for,⁴⁷⁸ men disse elevene har muligens behov for litt mer kniving seg imellom enn det skolen gir dem. De beste har et sterkt konkurranseelement.⁴⁷⁹ Er de dermed asosiale og ikke interessert i gruppearbeid? De skiller seg ikke ut fra andre – bortsett fra de aller svakeste som ikke liker å arbeide sammen med andre.⁴⁸⁰ Ei side ved gruppearbeid er arbeidet med å hjelpe andre.⁴⁸¹ Vi finner ikke nerden, den rare som er utafør det sosiale livet i klassen og på skolen blant de beste i matematikk.⁴⁸² Og de beste er flinke til å følge skolens regler.⁴⁸³

Mange vil se på konkurranse som et element som peker mot eliteskoler og på asosiale holdninger som vi ikke bør oppdra ungdom til. Og de elevene som presterer godt, liker å testes, de liker konkurranse. Årsaka er naturligvis at de lykkes, og da fungerer konkurransen positivt. Derved blir det ingen motsetning mellom ønsket om å konkurrere, men likevel fungere godt sosialt – for denne gruppa.

Alvor og prektighet

Er de mest begavete så prektige at de klager på bråk og uro i klassen i større grad enn andre elever?⁴⁸⁴ Nei. Det er ikke signifikante forskjeller mellom elever som presterer på ulike nivå. Men det *er* uro i klassene. Men en kan si at de mest begavete studerer med et alvor som skiller dem fra mange andre elever.

⁴⁷⁸ Uten at skolen av den grunn prøver å drepe den enkeltes særpreg eller spesielle kvalifikasjoner, slik noen motstandere av den sosialdemokratiske, offentlige skolen av og til hevder.

⁴⁷⁹ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del F, Spørsmål 37

⁴⁸⁰ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del F, Spørsmål 37

⁴⁸¹ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del F, Spørsmål 37

⁴⁸² PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del D, Spørsmål 27

⁴⁸³ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del D, Spørsmål 28

⁴⁸⁴ PISA 2003 – Elevspørreskjema (Se vedlegg): Del F, Spørsmål 38

Ved offentliggjøringa av resultatene fra PISA 2003 i desember 2004 påpeker dagsavisa Vårt Land⁴⁸⁵ at årsakene til suksessen i Finland i stor grad er alvoret som har prega nyere finsk historie. Den norske pedagogen Alfred Oftedal Telhaug minner oss om dette fenomenet⁴⁸⁶ der han i etterkant av en norsk valgkamp etterlyser en alvorlig holdning til skolen hos partiene som vant valget. Paradoksalt nok rammer denne kritikken først og fremst det partiet som kanskje har større andel lærere enn andre, og der lærerne på den ene sida er opptatt av å drive med seriøs undervisning, mens retorikken i den offentlige debatt peker motsatt vei, på en metodikk der elevene skal lære på den minst smertefulle måten. Mangelen på dette alvoret i skolen rammer muligens elever fra andre kulturer, fra samfunn med langt strammere rammer i familien og i skoleverket, sterkere enn elever som har foreldre som er født i Norge.⁴⁸⁷ Og det er lett å se at den gruppa elever vi har studert spesielt, møter sin skolehverdag på en alvorlig og seriøs måte. De er ikke hengehoder, det er ingen ting som gir inntrykk av at de faller utaforsosialt eller har problemer med mangel på stram disiplin, men de har på egen hand – og utfrasin familiebakgrunn – valgt å jobbe hardt og målretta med skolefag, særlig med matematikk.

Mye av det vi har funnet blant de 30 vi har studert, kan karakteriseres som prektighet og som en lærers drøm. Og det er vanskelig å finne negative egenskaper ved disse elevene. Men da berører vi områder som er vanskelig å holde orden på: Hva er negative egenskaper? Bør ikke sunne elever skulke litt av og til? Bør de ikke være litt mer i opposisjon? Beriker ikke slike avvik fra den prektige skolehverdagen? Særlig når avvikene begås av dem som har et reflektert forhold til det? Sjøl om mitt svar egentlig er et "ja", skal jeg være forsiktig med å kritisere eller mene for mye om denne tilsynelatende prektigheten. Vi skal – sjøl om vi ønsker reflekterte elever og barn – være varsomme med å putte et altfor stort ansvar over på unge mennesker. På mange måter har norske læreplaner lagt stort ansvar på skoleungdom, og vi som jobber i skolen har sett at mange ikke har klart å ta det ansvaret. Kanskje er det spesielt unge gutter som sliter med å ta ansvar for eksempel for egen læring – som et slagord fra 90-åra krevde. Derfor mener jeg at vi skal godta denne prektigheten. Den er sannsynligvis også resultat av et verdivalg vi finner blant familier med et kulturkonservativt syn.

Det kulturkonservative livssynet

Om kulturkonservatisme.

⁴⁸⁵ Ved utenriksredaktør Bjarte Botnen

⁴⁸⁶ Telhaug 05

⁴⁸⁷ Fidjestøl 05

Det er vanskelig å se noe opprør blant elevene vi har interessert oss for. Det kan muligens ha med den hovedinteressa vi er ute etter: Matematikk. Matematikere – muligens i en noe større grad enn spesialister på andre fagområder – er ikke de som er mest synlig i den offentlige debatt. Det går muligens an å si at man legger spesielt merke til det når realister engasjerer seg i spesielle kontroversielle saker, i den offentlige debatt eller på områder som ikke umiddelbart oppfattes som deres arbeidsfelt.

Jeg kan ikke vise til noen undersøkelse om forholdet mellom *konservativ* og *radikal* knytta til yrke eller fagfelt, men i offentligheten er det nok skapt et inntrykk av at realister er mer konservative enn andre. På den annen side ligger det i matematikkfagets natur en radikalitet i klassisk forstand: Faget opererer med enkle, entydige kategorier, og fagforståelsen kan – dersom den er overførbart på andre områder – føre til at man velger radikale, det vil si kompromissløse, løsninger.⁴⁸⁸ Jeg tror likevel at det er rimelig å nyansere dette inntrykket noe. Opprørskheten – hvis vi definerer den som noe annet enn den opprørskheten som følger av å mislykkes på skolen eller ha et problematisk liv hjemme – er sannsynligvis mindre utbredt i grunnskolen enn den vil være for ungdom som er eldre enn 16 år, og dermed sier denne tilsynelatende lydigheten oss lite om noen sammenheng med matematikkunnskaper. Andre undersøkelser kopler gjerne opprørstendenser blant ungdom og studenter til gode skolerresultater.⁴⁸⁹

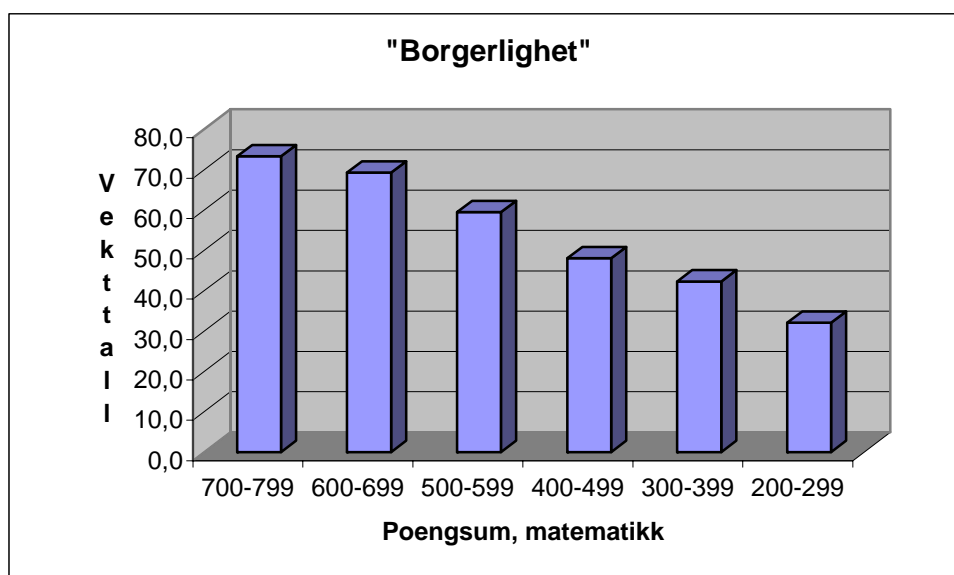
I et forsøk på å samle kategorier for å se på en sum av funn, kan vi definere et begrep ”borgerlighet”: Borgerligheten vil si at eleven bor sammen med biologisk mor og far, begge jobber utafør hjemmet, fortrinnsvis heltid, og har middels utdanning.⁴⁹⁰ Familien har datamaskin men er ikke spesielt opptatt av ”moderne” medier utenom det informative funksjonen til PCen. I stedet er familien opptatt av klassisk litteratur, lyrikk – kort sagt bøker – og kunst. En illustrasjon av det borgerlige som fenomen – der tallfestinga ikke er matematisk⁴⁹¹ holdbar, men tendensen er korrekt, ser slik ut:

⁴⁸⁸ Det fantes miljøer av kompromissløse nynazister på matematisk-naturvitenskaplig fakultet i Oslo på 1970-tallet, og i alle fall én av dem gikk seinere ut offentlig: Han beklaget seg og pekte på at han hadde vært opptatt av litt barnlige og enkle løsninger da han sjøl tilhørte miljøet.

⁴⁸⁹ Både dannelsen av Forsøksgymnaset i Oslo på 1960-tallet og studentdemonstrasjoner og –opprør på 60- og 70-tall gir oss inntrykk av dette: I fremste rekke sto ungdom som i stor grad var flinke på skolen.

⁴⁹⁰ I det ”borgerlige” ligger et behov for å komme i en interessant jobb uten en altfor lang og dyr utdanning: Derfor ”middels” utdanningslengde.

⁴⁹¹ Jeg har erstatta presentsatser som jeg har funnet gjennomsnitt av – de er ikke sammenliknbare – med et vektall som i seg sjøl er verdiløst. Men bak tallet ligger altså et snitt av presenter fra kategoriene i



Figur 21: Borgerlige dyder

PISA – og TIMSS – har ikke undersøkt bakgrunnsfaktorer som beskriver mer generelle holdninger innen samfunnsspørsmål, politikk eller religion. Men studiene av familiene vårt utvalg er sprunget ut av, gir oss altså et sterkt inntrykk av et spesielt verdisyn.

Det har vært gjennomført en del undersøkelser av koplinger mellom verdisyn og bakgrunnsfaktorer.⁴⁹² Undersøkelsene er ikke helt enkle å knytte til våre mangelfulle data. I et forsøk på å skape en viss orden, bruker disse undersøkelsene først og fremst tre akser:

- *Tradisjonell versus moderne*⁴⁹³ – trygghet, konformitet, nøysomhet, lovrespekt, institusjoner i motsetning til likestilling, begeistring for ny teknologi, toleranse, mangfold, risikovillighet, kritisk holdning til autoriteter, bykultur
- *Materialistisk versus idealistisk* – det ytre, materielle vilkår, omgivelsenes meninger i motsetning til den indre stemmen, åndelige verdier og skapende virksomhet
- *Radikal versus konservativ* – toleranse, individualitet, antiautoritet, likestilling i motsetning til konformitet, status og begeistring for ny teknologi

elevspørreskjemaet, og derfor vil avstanden mellom vektallene for de ulike elevklassene være illustrerende nok – men ikke verdien i seg sjøl.

⁴⁹² MMI har gjort dette annethvert år sia 1985.

⁴⁹³ Hellevik 01, side 49

Jeg skal ikke strekke resultatene for langt, og de er ikke entydige. Men vi aner at vi kan plassere bakgrunnen til de begavete vi har sett på som i hovedsak **tradisjonell og idealistisk**. I forholdet til **radikal**, mangler elevene – foreløpig⁴⁹⁴ – den antiautoritære holdningen, men bortsett fra dét momentet, som kan være aldersbetinga, vil dette begrepet også passe. Det kan se motsetningsfylt ut å være både tradisjonell og radikal, men det er ikke mye motsetningsfylt i de svara vi finner i PISA-undersøkelsen – med de unntakene jeg allerede har nevnt når det gjelder enkeltelever.

Mange vil kanskje kalle bakgrunnen for *kulturkonservativ*: Kulturkonservatisme er et verdisyn som vanligvis knyttes til det politiske partiet Høyre i Norge, og tilsvarende partier i Vesten. Ideologisk sett var dette et grunnlag for Høyre da det blei stifta, og det ideologiske fundamentet var den gamle embetsmannsstaten. Motpolen var Venstres kulturradikalisme. I vår tid har begrepene muligens endra innhold. Dette kan begrunnes ved å vise til en større undersøkelse omkring nordmenns partipreferanse og verdisyn, som nevnt.

Problemstillinga har også dukka opp i norske aviser: Det kan se ut som et paradoks at politiske partier til høyre og venstre har sammenfallende syn på kulturelle spørsmål. Undersøkelser viser at Høyre og SV i Norge i enkelte spørsmål ligger ganske nær hverandre, mens Arbeiderpartiet og Fremskrittspartiet kan ligge nær hverandre i samme spørsmål.⁴⁹⁵ ”Er det politisk radikalt å være kulturkonservativ?”⁴⁹⁶ spørres det om i en avisartikkel sommeren 2005..

Mot denne bakgrunnen vil jeg bruke begrepet *kulturkonservativ* om et syn der en er konservativ i forhold til etablerte uttrykksformer for kunst og kultur: Det betyr at en setter pris på eldre kunst og moderne kunst, men ikke nødvendigvis på nyere uttrykksformer innen kunst og kultur – i alle fall ikke før de nyere uttrykksformene blir absolutt dominerende og umulig å unngå. Det betyr videre at en synes kunst og kultur er viktig. Det betyr også at man verdsetter utdanning, kjernefamilien og tradisjonelle yrker. Men det betyr *ikke* at man er politisk konservativ.

⁴⁹⁴ Naturligvis et spekulativt adverb

⁴⁹⁵ Georg Johannesen (1931 – 2005) hadde en klar forståelse av dette fenomenet når han ikke godtok å se på Arbeiderpartiet som et venstreradikalt parti. I stedet ga han partiet Venstre rollen som det radikale og samfunnsbyggende partiet i den nye norske staten. Logikken henger sammen med at Arbeiderpartiet og en del andre partier er og var interessepartier for ei (yrkes)gruppe, mens Venstre og noen andre partier satte politiske idealer foran egennytte.

⁴⁹⁶ Dagbladet, 16. juni 2004, sitat fra Aslak Nore

Det er – som i all tilsvarende forskning – umulig å proklamere entydige sammenhenger enn si å hevde at en har det fulle svaret. Og – kanskje viktigst – det er stort sett umulig å svare på hva som er årsak og hva som er virkning: Er man god i matematikk fordi man av natur er sta og pågående, eller er man sta og pågående nettopp fordi en er god i matematikk? Lykkes man i matematikkfaget fordi foreldre er opptatt av skole og utdanning, eller er foreldre opptatt av utdanning nettopp fordi de har barn som lykkes i skolen? Svaret får ligge i denne omgang.

Sammenlikninger med fordommene

Om sammenheng eller motsetninger mellom antakelser og fordommer og resultater.

Sammenlikner vi PISA og TIMSS med teoriene om begavelse og læring, er det ikke lett å finne gode svar. For det første veit vi for lite om elevene fra PISA. Bakgrunnskunnskapene som er samla inn, er mangelfulle og stikker ikke så veldig dypt. Der vi har ganske utfyllende bilder av matematikere som Abel, Galois og så videre, veit vi lite om hver enkelt av de ca 4000 norske elevene som er med i hver av undersøkelsene. Der bildet av mennesker som ikke følger skjema, som legger vekt på skjønnheten i faget og som er inspirert av enkelte berømte matematikere, veit vi ingen ting om dagens skoleungdom. Støtten hjemmefra, derimot, veit vi nok en del om. Og den er tydelig hos mange berømte matematikere.

Vi har angitt en god del teoretiske momenter som bør være dannende for matematikkresultater i skolen, men dessverre har TIMSS- og PISA-undersøkelsene ikke gitt oss bakgrunnskunnskaper nok til å gi svar på mange av disse momentene:

- Undersøkelsene kan ikke svare på om egenskaper som logikk eller intuisjon er mest framtredd hos elever som er gode i matematikk.⁴⁹⁷
- Undersøkelsene har ikke svar på hvordan intellektuelle metoder som generalisering, syntetisering eller abstraksjon er viktige metoder for dagens elever.
- Undersøkelsene kan ikke svare på hva slags arbeidsmetoder som elevene bruker når de skal angripe et problem.⁴⁹⁸
- Undersøkelsen svarer lite på mer dyptgripende forhold i familien eller hos eleven enn det reint materielle, trass i litt innslag om familiekultur.

⁴⁹⁷ Poincaré 13

⁴⁹⁸ Bl. a. Polya 45, Pirie 94, Björkqvist 03

- Undersøkelsene sier ikke noe om elevenes intellektuelle kapasitet⁴⁹⁹ eller om arv.
- Undersøkelsene sier ikke noe om holdninger og for eksempel partitilhørighet i familien.
- Undersøkelsene sier ikke noe som forklarer hvorfor variasjonen på hver enkelt skole er så stor.
- Og undersøkelsene sier ikke noe om ei utvikling over tid som kan forklare endringer i undervisning og prestasjoner i norsk skole og i landet Norge.

Et interessant spørsmål er da hvor valide er resultatene våre? I hvor stor grad overstyres de resultatene vi har funnet av andre forhold? Hvor viktig er for eksempel intelligens?

Vi finner ikke svar på dette problemet, og må bare ta problemet med som en viktig fotnote. Og de resultatene vi har funnet må hele tida ha med seg dette forholdet som en modererende faktor.

Et tankekors

Om eget ståsted og resultater av denne undersøkelsen.

Jeg skal ikke blande min egen person inn i diskusjonen som noe interessant, bare som et eksempel: Min egen faglige bakgrunn favner over begge de to kulturene C. P. Snow⁵⁰⁰ beskriver. Jeg starta mine universitetsstudier med matematikk og endte opp med nordisk hovedfag med hovedvekt på litteratur. I tida mi som student på 1970-tallet merka jeg på kroppen hvilke to ulike tenkemåter jeg hadde å forholde meg til. Overgangen mellom to fakultet ved Universitetet i Oslo var dramatisk når det gjaldt virkelighetsforståelse og – tilnærming. At jeg i forbindelse med dette arbeidet også har møtt en tredje kultur, blir i denne sammenhengen interessant: Overgangen til et tredje fakultet, fakultetet som arbeider med læring, didaktikk, er faktisk like smertefull og sjølmotsigende, sjøl for en erfaren didaktiker og pedagog som meg. Spørsmålet om hvilken virkelighetsforståelse som er den riktige eller beste blir derved hengende i lufta, ubesvart. Men det har – noe som skulle komme klart fram utfra det jeg har diskutert tidligere – grunnleggende betydning for undersøkelser av elevers og skolars resultater i undersøkelser som TIMSS og PISA.

⁴⁹⁹ Sriraman 03

⁵⁰⁰ Snow 59 – se diskusjon ovafor.

Vi er nå kommet til veis ende i vår søken etter hva som fører til suksess når du skal studere matematikk. Og svarene kan altså bare anvendes på matematikk. Jeg tror faktisk jeg skal advare mot å anvende dem på andre naturfag. Med mitt ståsted – og utfra det jeg har sagt tidligere – er det ikke naturlig å katalogisere matematikken som et naturfag, og derved vil overføringsverdien til andre fag som musikk, filosofi, logikk være mer nærliggende.

I mye av det jeg har sagt, ligger det ideologiske valg. Jeg starta ikke med ønsket om å kritisere statistiske undersøkelser som sådan, men mange av mine konklusjoner bærer preg av statistikkens og spørreskjemaenes ufullkommenhet i tillegg til at konklusjoner basert ene og alene på disse mangelfulle dataene i mange tilfelle er mangelfulle og i verste fall uinteressante. Derfor har jeg måttet gå ut over denne type konklusjoner, ikke fordi utgangspunktet mitt krevde det, men fordi jeg, som matematikk- og norsklærer rett og slett er nødt. Jeg har tidligere kritisert PISA 2003 for å trekke vidløftige slutninger om undersøkelsens relevans for ”hele eleven” og derved for ”hele det norske skolesystemet”. Jeg skal ikke forsvare skolesystemet. Men jeg trekker i stedet mer vidløftige konklusjoner: *Resultater i skolen – i alle fall i matematikk – henger nøye sammen med elevens materielle og kulturelle forhold hjemme.*⁵⁰¹ I hvor stor grad skolen virker inn, kan jeg dessverre ikke svare på utfra foreliggende data. Forutsetningene hjemmefra kan se tradisjonelle, kanskje til og med alderdommelige, ut. Og da melder det seg påtrengende og ganske kompliserte spørsmål:

- Må vi ta vare på tradisjonelle holdninger og verdier for å frambringe gode matematikere?
- Må vi holde oss til tradisjonelle pedagogiske metoder?
- Må vi passe oss for å være ”moderne”?

Hvis jeg har rett i disse antakelsene, er det naturligvis synd å si at denne pedagogikken, som altså sannsynligvis ville vært førstevalg for de mest begavete, står særlig høgt i kurs i den offentlige skoledebatten i Norge i vår tid.

⁵⁰¹ Jeg kan ikke slippe Kielland og romanen *Gift* helt ennå: Abraham Løvdahl, Kiellands helt og alter ego, er flink i alle fag, også i matematikk. Han kommer fra en god borgerlig familie, far er professor og embetsmann, mor er fra et storborgerskap som har adoptert det borgerlige verdssystemet. Marius Gottwald bor sammen med en alenemor, er fattig og er en racer i latin – men mangler sjølsikkerheten slik at den dagen han ikke har lest, går det galt – også i latin.

Et felles løft for realfagene

Løsning på problemene – en ironi.

Det foreligger idet dette skrives enda en beskrivelse av hvordan realfaga skal hjelpes ut av uføret.⁵⁰² Dette er for det første en elendighetsbeskrivelse, og for det andre alle de gode, gamle og forterpa løsningene på problemene: De som er svakest i matematikk, må få mer matematikk, er riktignok både nytt og ulogisk. Men ellers er løsningene å bedre kvaliteten på undervisninga, bedre kvaliteten på lærerne, bedre rammebetingelsene på skolene, bruke næringslivets behov som motiverende faktor og så videre. Og dette er naturligvis kopi av løsningene som det forrige utvalget, de tidligere konsulentene og de tidligere ministrene sa. Det kan se ut som om ingen egentlig tar problemstillinga alvorlig, men tar del i det samme skuespillet. Konsulenter er av natur ikke interessert i løsninger, da blir de arbeidsløse. Politikere er ikke interessert i løsninger som svir, da taper de neste valg. Og de som utformer alle disse planene og strategiene har ikke gjennom sin egen utdanning lært noe annet enn at slik skal semesteroppgaver, hovedfagsoppgaver og doktorgradsavhandlinger se ut, og derved blir produktet slik det er: Kjedelig, uinteressant og kruttet på nytt.

Det fins en del radikale spørsmål som ikke blir stilt, men som man faktisk må finne svar på for å komme noen veg:

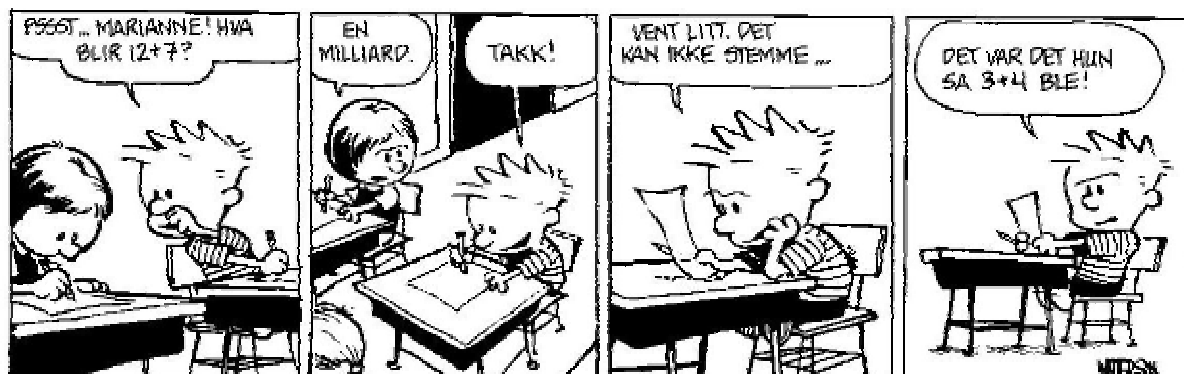
- Hvorfor er noen elever så utrolig dårlige i matematikk? Når starta det? Hvorfor?
- Hvorfor er ikke norske lærere gode nok? Hva er galt med rekruttering av lærere? Hva er galt med rammevilkåra som gjør at lærere ikke er gode nok? Hvordan får vi tak i de riktige lærerne? Hvordan gjør vi dem enda bedre? Hvordan gjør vi forbedring til en kontinuerlig prosess?
- Hvis det er slik at det er arbeidet som foregår i klasserommet som er mest avgjørende, hvorfor diskuterer vi aldri det som foregår i klasserommet? Hvorfor dreier skoledebatt seg omtrent aldri om læringsstil eller om å studere og styrke det som foregår i en skoletime?
- Hvis gammeldags undervisning fungerer best for mange elever, hvorfor leiter vi stadig etter nye metoder?
- Hvis mange elever opplever andre metoder som for eksempel uteskole, bedriftsbesøk, spill, prosjektundervisning som avsporing og tidsspille, hvorfor er vi stadig på jakt etter mer og flere alternativer?

⁵⁰² [Kunnskapsdepartementet 06] – ved den relativt nye ministeren Øystein Djupedal.

- Hvorfor foretas det ingen vurdering av hva norske bedrifter kan tilby norske elever? Hvordan skal de klare det? Hva er det ved næringslivet som kan inspirere elever? I hvor stor grad er norske bedrifter så innovative at de bør vises fram til norske elever? Kort sagt: Fins det en eneste rapport som virkelig analyserer næringslivets didaktiske potensiale?
- Og når det er slik at en elevs skjebne i skolen i stor grad er forutbestemt av elevens hjemmemiljø de første skoleåra, hvorfor gjøres det absolutt ingen ting med det?
- Og hvis det er slik at et individualistisk og populistisk politisk debattklima i et land der rikdommen tilfaller de fleste enten de jobber eller ikke faktisk påvirker læringsiver og motivasjon, hva i all verden gjør vi med det? Hva gjorde romerne i ”Roms siste dager” for å hindre at de blei de siste?

Epilog

Likevel, ei optimistisk slutt: Om behovet for Fermat, Golbach, firefargeproblemet...



503

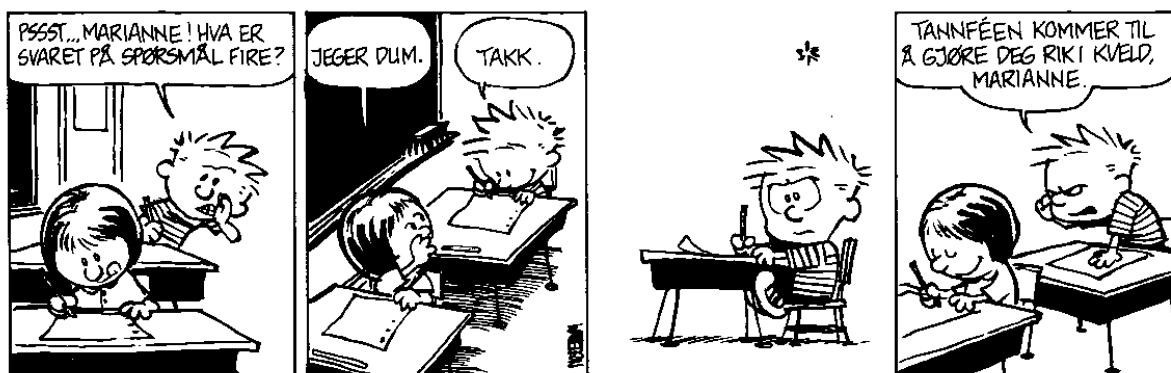
Muslimske teppevevere er nøye med å veve inn en liten feil i hvert teppe de lager slik at produktet ikke skal konkurrere med Guds skaperverk. Og en norsk roman⁵⁰⁴ bygger tematikken sin over poenget at Venus' venstre skulder i ett av historias mest berømte bilder⁵⁰⁵ med vilje er malt litt skakk for å bryte med det perfekte. Det kan kanskje synes som om synspunktet jeg hevder her, er ute av proporsjon og totalt malplassert. Men jeg våger det: Noe av de viktigste inspirasjonskildene for matematikere er de uløste mysterier. Og klassikeren over alle er – eller var – naturligvis Fermats store sats: $x^n + y^n = z^n$ har ingen heltallige løsninger når $n \geq 3$. Det tok 358 år å løse den – trass i at Fermat sjøl påsto at han hadde et elegant bevis som han aldri fikk skrevet ned – og den har fortrylla og inspirert mange matematikkinteresserte i lang tid. Riktignok er det mengder av uløste problemer, og flere vil dukke opp. Men hemmeligheten med Fermats sats er at den er så enkel i sin problemstilling at alle som har et forhold til hele tall, forstår den umiddelbart og kan begynne å prøve seg fram etter løsninger – eller rettere sagt ikke-løsninger. For mange er slike nøtter og arbeidet med å løse dem den sterkeste indre motivasjonen for faget matematikk. Kanskje gjorde Andrew Wiles oss en bjørnetjeneste da han fant løsninga på Fermats store sats?

⁵⁰³ Watterson 91 – Bind 1, side 158

⁵⁰⁴ Christensen 90

⁵⁰⁵ Sandro Botticelli (ca. 1445 – 1510): Venus' fødsel

Litteraturliste



506

- [Abdounur 04] Oscar João Abdounur: Music and Mathematics: Relationships between Intervals and Ratios in Mathematics Education (The 10th International Congress on Mathematical Education, 4 – 11/7-2004, København)
- [Agdestein 05] Simen Agdestein: En kongelig historie (Levende historie 3/2005, side 38 – 43)
- [Aukrust 05] Vibeke Grøver Aukrust: Tidlig språkstimulering og livslang læring – en kunnskapsoversikt (Rapport for Utdannings- og forskningsdepartementet, Pedagogisk forskningsinstitutt, Universitetet i Oslo, 6. desember 200)
- [Atkins 03] Peter Atkins: Galileo's Finger: The ten great Ideas of Science (Oxford University Press 2003)
- [Berg 02] Claire Vaugelade Berg: Evariste Galois. Hans liv og første Mémoire (Hovedoppgave i matematikdidaktikk, Høgskolen i Agder 2002)
- [Berg Eriksen 01] Trond Berg Eriksen: To kulturer – eller langt flere? (C. P. Snow: De to kulturer, Cappelen upopulære skrifter 2001)
- [Bergem 05] Ole Kristian Bergem, Liv Sissel Grønmo og Rolf Vegar Olsen: PISA 2003 og TIMSS 2003: Hva forteller disse undersøkelsene om norske elevers kunnskaper og ferdigheter i matematikk? (Norsk Pedagogisk Tidsskrift Årgang 89, 1/2005, side 31 – 44)
- [Bernal 05] Raquel Bernal & Michael P. Keane: Maternal Time, Child Care and Child Cognitive Development: The Case of Single Mothers (Economic Society 2005 World Congress, 19. – 24. august 2005, London)
- [Björkqvist 03] Ole Björkqvist: Matematisk problemløsning (Barbro Grevholm, red.: Matematikk for skolen, Fagbokforlaget 2003)
- [Bjørneboe 55] Jens Bjørneboe: Jonas (1955)
- [Bjørneboe 68] Jens Bjørneboe: Semmelweis (1968, utgitt bl.a. i Samlede skuespill, Pax 1973)
- [Bjørneboe 73] Jens Bjørneboe: Tilfellet Torgersen (Samlede skuespill, Pax 1973)
- [Black 05] Sandra E. Black, Paul J. Devereux & Kjell G. Salvanes: The More the Merrier? The Effect of Family Size and Birth Order on Children's Education (Economic Society 2005 World Congress, 19. – 24. august 2005, London)

⁵⁰⁶ Watterson 91 – Bind 2, side 76

- [Brousseau 97] G. Brousseau: Theory of Didactical Situations in Mathematics (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1997)
- [Braarvig 02] Jens Braarvig & Bent Natvig (red.): To kulturer? Forholdet mellom humanistiske og naturvitenskaplige tradisjoner (Pax, Oslo 2002)
- [Carstensen 95] Jens Carstensen & Sven Toft Jensen (red.): Matematiske essays (Matematiklærerforeningen, 1995)
- [Cellucci 02] Carlo Cellucci: Introduction to Filosofia e matematica (Laterza, Bari 2002)
- [Chasovskikh 04] Anatolii Chasovskikh & Yury Shestopalov: The Advanced Education and Science Centre of the M. V. Lomonosov Moscow State University – The Kolmogorev College (The 10th International Congress on Mathematical Education, 4 – 11/7-2004, København)
- [Christensen 90] Lars Saabye Christensen: Bly (Cappelen 1990)
- [Chumak 04] Alexander & Vladimir Chumak: Algorithms and Symbol-Graphic Language in Mathematics Education and Using of Last in the Internet Technologies (The 10th International Congress on Mathematical Education, 4 – 11/7-2004, København)
- [Cibulis 04] Andrejs Cibulis & Ilze France: Work with Gifted Students in the Investigations of Polyforms (The 10th International Congress on Mathematical Education, 4 – 11/7-2004, København)
- [Crease 03] Robert P. Crease: The Prism and the Pendulum – The ten most beautiful Experiments in Science (Random House 2003)
- [Dahl 04] Bettina Dahl: How do gifted Students become Successful? A Study in learning Styles (10th ICME 2004: TSG4 – Activities and Programs for Gifted Students)
- [Dahl 04b] Bettine Dahl: Analysing Cognitive Learning Processes Through Group Interviews Of Successful High School Pupils: Development And Use Of A Model (Educational Studies in Mathematics, Kluwer Academic Publishers 2004)
- [Dahl 05] Gordon Dahl & Lance Lochner: The Impact of Family Income on Child Achievement (Economic Society 2005 World Congress, 19. – 24. august 2005, London)
- [Deutsch 04] Ziva Deutsch, Akiva Kadari & Thierry Dana-Picard: “Alef Efes”: Students Create and Publish a Mathematical Quarterly and an Interactive Site (The 10th International Congress on Mathematical Education, 4 – 11/7-2004, København)
- [Dewey 05] C. P. Snow’s Two Cultures: Hardware and Software, Discovery and Creation http://space.mit.edu/~dd/ECON/two_cultures.html (9. februar 2005)
- [Diofant 00] Arithmetika (omkr. 300 e. Kr.)
- [Doxiadis 01] Apostolos Doxiadis: Onkel Petros og Goldbachs formodning (Pax 2001)
- [Dreyfus 91] Tommy Dreyfus: Advanced Mathematical Thinking Processes (Tall 91)
- [Dummet 01] Michael Dummet: La nature e il futuro della filosofia (Il melangolo, Genova 2001)
- [EGA] Evariste Galois Archive <http://www.galois-group.net/g/EN/childhood.html> (14. september 2004)
- [Eielsen 05] Marte Stubberød Eielsen: Jenter er best (Klassekampen 11/6-2005)

- [Fidjestøl 05] Alfred Fidjestøl: Må ta makta (Klassekampen 1. oktober 2005)
- [Finne-Grønn 00] Stian Herlofsen Finne-Grønn: Abel, den store matematikers slekt (Kristiania, 1900)
- [Foss 05] Arild S. Foss: Er store hjerner smartere hjerner? (www.forskning.no, 28. juli 2005)
- [Fredriksen 05] Dan Fredriksen: "Oppskrift på et nytt univers" (Illustrert vitenskap 15/2005, side 74 – 77)
- [Freiman 04] Viktor Freiman: Mathematical Giftedness in Early Grades: Challenging Situation Approach (The 10th International Congress on Mathematical Education, 4 – 11/7-2004, København)
- [GAP] GAP Group Server <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Gauss.html> (21. november 2004)
- [Gavin 04] Kathy Gavin & Linda Sheffield: Project M³: Mentoring Mathematical Minds (The 10th International Congress on Mathematical Education, 4 – 11/7-2004, København)
- [Grøgaard 05] Jens W. Grøgaard: Nedgang i matematikkunnskapen? (Utdanning 20/2005, side 50 - 51)
- [Grønli 03] Kristin Straumsheim Grønli: Konge i fysikk og matte (Forskning, april 2003)
- [Grønmo 04] Liv Sissel Grønmo, Ole Kristian Bergem, Marit Kjærnsli, Svein Lie, Are Turmo: Hva I all verden har skjedd I realfagene? Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag I TIMSS 2003 (ILS, Universitetet i Oslo, 2004)
- [Gullberg 97] Jan Gullberg: Mathematics – From the Birth of Numbers (W. W. Norton & Co 1997)
- [Gundersen 05] Bjarne Riiser Gundersen: "Dannet dissident (Morgenbladet 30. September – 7. oktober 2005, side 16 – 17)
- [Haapasalo 94] L. Haapasalo: Oppiminen, tieto & ongelmanratkaisu (MEDUSA-Software 1994)
- [Habermas 71] Jürgen Habermas: Borgerlig offentlighet (Gyldendal 1971 – tysk original fra 1962)
- [Hadamard 45] J. Hadamard: An Essay on the Psychology of Invention in the Mathematical Field (Dover Press 1945)
- [Halvorsen 05] Christina Halvorsen: – Bytt ut PC-ene med tavle og kritt (Dagbladet, 19. oktober 2005, side 19)
- [Hardy 04] G. H. Hardy: A Mathematician's Apology (Cambridge University Press 2004 – originalen er fra 1940)
- [Hellevik 01] Ottar Hellevik: Ungdommens verdisyn – livsfase- eller generasjonsbetinget (Tidskrift for ungdomsforskning 1/2001, side 47 – 70)
- [Hernes 04] Gudmund Hernes: Hvem har skylda? (Dagbladets kronikk 31. desember 2004)
- [Hiebert 03] J. Hiebert, R. Gallimore, H. Garnier, K. B. Givvin, H. Hollingsworth, J. Jacobs, A. Miu-Ying Chui, D. Wearne, M. Smith, N. Kersting, A. Manaster, E. Tseng, W. Etterbeek, C. Manaster, P. Gonzales & J. Stigler: Teaching Mathematics in Seven Countries: Results From the TIMSS 1999 Video Study (National Center for Educational Statistics, mars 2003)

- [Hoel 31] Sigurd Hoel: Veien til verdens ende (Gyldendal 19??)
- [Holberg 23] Ludvig Holberg: Erasmus Montanus (Oppført på Den Danske Skueplads, København 1723)
- [Holst 02] Elling Holst, Carl Størmer & Ludvig Sylow: Festskrift ved hundreårsjubilæet for Niels Henrik Abels fødsel (Kristiania, 1902)
- [ICME 04] The 10th International Congress on Mathematical Education: <http://www.icme-10.dk/> (30. august 2005)
- [Infeld 48] Leopold Infeld: Whom the Gods love – The Story of Evariste Galois (The National Council of Teachers of Mathematics, 1948)
- [Isdahl 03] Hans Isdahl: Matematikkferdigheter og annen ballast i Nord-Troms: En spørreundersøkelse (Semesteroppgave, Universitetet i Oslo, oktober 2003 – upublisert)
- [Johansen 70] Knut Johansen & Willy Dahl: Konfrontasjoner (Forlaget Ny Dag, Oslo 1970)
- [Jyväskylä 04] Jyväskylä universitet, pressmeddelande 7. december 2004: PISA 2003: Finländska unga av toppklass innom OECD (Jyväskylä universitet, 2004)
- [Kac 85] Mark Kac: Enigmas of Change (Harper & Row, 1985. New York)
- [Kakihana 04] Kyoko Kakihana & Suteo Kimura: Activities in new Curriculum for Gifted Students – Trials in Super Science High Schools in Japan (The 10th International Congress on Mathematical Education, 4 – 11/7-2004, København)
- [Kanigel 91] Robert Kanigel: The man who knew infinity: A life of the genius Ramanujan (Washington Square Press 1991)
- [Kappabel Server] <http://www.kappabel.com/indexfiler/NielsHenrik.htm> (21. november 2004)
- [Kawasaki 04] Nobuaki Kawasaki: Characteristics of the Bulgarian Mathematical education (The 10th International Congress on Mathematical Education, 4 – 11/7-2004, København)
- [Kielland 85] Alexander Kielland: Gift (1885)
- [Kittang 76] Atle Kittang: Litteraturkritiske problem: Teori og analyse (Universitetsforlaget 1976)
- [Kjærnsli 04] Marit Kjærnsli, Svein Lie, Rolf Vegar Olsen, Astrid Roe, Are Turmo: Rett spor eller ville veier? (Universitetsforlaget 2004)
- [Kjærnsli 05] Marit Kjærnsli, Svein Lie og Are Turmo: TIMSS og PISA: Hva sier resultatene om naturfag i norsk skole? (Norsk Pedagogisk Tidsskrift Årgang 89, 1/2005, side 17 – 30)
- [Kluge 01] Lars Kluge: 12-åring klaget på mattetimene (*Aftenpostens nettavis*, 7/9-2001)
- [Krutetskii 76] V. A. Krutetskii: The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren (University of Chicago, 1976)
- [Kubberød 05] Elin Kubberød: Not just a matter of taste – disgust in the food domain (Handelshøyskolen BI, doktorgradsdisputas 13. mai 2005)
- [Kunnskapsløftet] www.kunnskapsloftet.no (5. mai 2005)

- [Kunnskapsdepartementet 06] Et felles løft for realfagene: Strategi for styrking av realfagene 2006-2009 (Kunnskapsdepartementet, juni 2006)
- [Kvåle 05] Bjarne Henning Kvåle: Ideologisk opprustning (Morgenbladet 1. – 7. juli 2005)
- [Körtesi 04] Péter Körtesi: Self Made Mathematics (The 10th International Congress on Mathematical Education, 4 – 11/7-2004, København)
- [Lindvig 06] Yngve Lindvig: Tilpasset og differensiert opplæring i lys av Kunnskapsløftet (Læringslaben, 2006)
- [L97 94] Utdanningsdirektoratet: Læreplan for grunnskolen og for den videregående skolen, generell del <http://www.utdanningsdirektoratet.no/dav/3E8708931B.pdf> (22. mai 2005)
- Lazarov 04] Borislav Lazarov: Resulting Effect of Consecutive Activities (The 10th International Congress on Mathematical Education, 4 – 11/7-2004, København)
- [Lee 04] Sang-Gu Lee: Activity of a Gifted Student who saw Linear Algebraic Solution of Blackout Puzzle (The 10th International Congress on Mathematical Education, 4 – 11/7-2004, København)
- [Lego 05] http://www.lego.com/education/default.asp?page=3_1 (9. februar 2005)
- [Lester 96] F. Lester: Problemløsningens natur (Ahlström, Bergius, Emanuelsson, Emanuelsson, Holquist, Rystedt & Wallby, red: Matematikk – ett kommunikationsämne, Nämnaren, Göteborgs universitet 1996)
- [Levit 04] Elena Levit, Larisa Marcu & Orna Schneiderman: Process of Training and Admission to a Mofet Science Class (The 10th International Congress on Mathematical Education, 4 – 11/7-2004, København)
- [Lie 01] Svein Lie, Marit Kjærnsli, Astrid Roe & Are Turmo: Godt rustet for framtida? (ILS, Universitetet i Oslo, 2001)
- [Limstrand 04] Torgeir Limstrand: Perspektiver på uteskole (Saltens friluftsråd 2003/www.uterin.salten.no)
- [Lubinski 01] David Lubinski, Rose Mary Webb, Martha J. Morelock & Camilla Persson Benbow: Top 1 in 10 000: A 10-Year Follow-Up of the Profoundly Gifted (Journal of Applied Psychology Vol. 86, No. 4/2001 – side 718 – 729)
- [Marx 48] Karl Marx & Friedrich Engels: Det kommunistiske manifest (1848)
- [Mason 82] J. Mason, L. Burton & K. Stacey: Thinking Mathematically (Addison-Wesley. London 1982)
- [Mayer 85] R. Mayer: Implications of Cognitive Psychology for Instruction in Mathematical Problem Solving (E. Silver, red.: Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives, Hillsdale 1985)
- [Meland 05] Astrid Meland: Går i burkalignende klær på skolen (www.dagbladet.no, mandag 3. oktober 2005, kl. 8⁴⁰)
- [Mocarski 05] Don Mocarski: Big Book of Physical Sciences (<http://home.earthlink.net/~dmocarski/chapters/chapter5/ch5page.htm>) (30. august 2005)

- [Morgenbladet 06] Pengene snakker (Morgenbladet 7. april 2006)
- [Niss 03] Mogens Niss: Den matematikdidaktiske forskningens karakter og status problemløsning (Barbro Grevholm, red.: Matematikk for skolen, Fagbokforlaget 2003 – Opprinnelig publisert som “Aspects of the Nature and the State of Research in Mathematics Education” i Educational Studies in Mathematics)
- [Pirie 94] Susan Pirie & Thomas Kieren: Growth in Mathematical Understanding: How can we characterize it and how can we represent it? (Educational Studies in Mathematics 26, Kluwer Academic Publishers 1994)
- [PISA 05] <http://www.pisa.no/> (7. februar 2005)
- [PISA 05b] http://www.pisa.no/s_maal.html (7. februar 2005)
- [PISA 05c] http://www.pisa.no/s_test_ma.html (7. februar 2005)
- [Poincaré 13] H. Poincaré: The Foundations of Science (1913), oversatt av G. B. Halsted (The Science Press, New York 1982)
- [Pólya 45] George Pólya: How to Solve It. A New Aspect of Mathematical Method (Princeton University Press 1945)
- [Ross 96] Andrew Ross & Bruce Robbins: “Social Text” (Lingua Franca, juli/august 1996: www.physics.nyu.edu/faculty/sokal/SocialText_reply_LF.pdf, 5. oktober 2005)
- [Saul 04] Mark Saul: The Unity of Mathematics Education (The 10th International Congress on Mathematical Education, 4 – 11/7-2004, København)
- [Selmer 91] Ernst S. Selmer: Ralph Tambs Lyche in memoriam (Normat 1/1991, Universitetsforlaget, Oslo)
- [Sfard 91] Anna Sfard: On the dual Nature of Mathematical Conceptions: Reflections on Processes and Objects as different Sides of the same Coin (Educational Studies in Mathematics 22, Kluwer Academic Publishers 1991)
- [Shchedrovitskii 68] G. Shchedrovitskii: Pedagogika i logika (Uredigert versjon på russisk, 1968)
- [Sierpinska 94] A. Sierpinska: Understanding in Mathematics (The Falmer Press, London 1994)
- [Singh 99] Simon Singh: Fermats siste sats (Aschehoug 1999 – originalutgava er fra 1997: Fermat’s Last Theorem)
- [Sjøberg 05] Svein Sjøberg: Hva kan vi (ikke) lære av de internasjonale skoleundersøkelsene? (Aftenposten, januar 2005)
- [Smithers 05] Rebecca Smithers: First born do better at school (The Guardian, 22/8-2005)
- [Snow 59] Charles Percy Snow: The Two Cultures (1959)
- [Sokal 96] Alan Sokal: Transgressing the Boundaries: Toward a Transformative Hermeneutics of Quantum Gravity (Social Text 46-47, 1996)
- [Sriraman 03] Bharath Sriraman: Mathematical Giftedness, Problem Solving, and the Ability to Formulate Generalizations: The Problem-Solving Experiences of Four Gifted Students (The Journal of Secondary Gifted Students, XIV våren 2003, Prufrock Press, USA)

- [Stigler 99] James W. Stigler og James Hiebert: The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom (The Free Press, USA 1999)
- [Sullivan 96] Michael C. Sullivan: A Mathematician Reads Social Text (American Mathematical Society, Oktober 1996, <http://www.ams.org/notices/199610/comm-sullivan.pdf> (9. februar 2005))
- [Svinterud 05] Aril Svinterud, John-Arild Hanssen & Einar Solberg: Utredningsrapport: Obligatorisk bærbar PC til elevene i videregående skole i Buskerud (Buskerud fylkeskommune, 9. februar 2005)
- [Søgaard 65] Anders Søgaard og Ralph Tambs Lyche: Matematikk for gymnaset III For realgymnaset, annen del (Gyldendal 1965, sjuende opplag)
- [Sørgaard 73] Nils-Aage Sørgaard: Fire forfattere og norsk fascisme (Forlaget Ny Dag, Oslo 1973)
- [Tall 91] David Tall (red): Advanced Mathematical Thinking (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht 1991)
- [TCD: Fermat] Trinity College Dublin Server
http://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Fermat/RouseBall/RB_Fermat.html
(21. november 2004)
- [TCD: Pascal] Trinity College Dublin Server
http://www.maths.tcd.ie/pub/HistMath/People/Pascal/RouseBall/RB_Pascal.html
(21. november 2004)
- [Telhaug 05] Alfred Oftedal Telhaug: Alvoret som ble borte (Klassekampen, 1. oktober 2005)
- [Thompson 82] Alba Gonzales Thompson: The relationship of teachers' conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice (Fra en doktorgrad ved University of Georgia, USA, 1982?)
- [Thompson 97] Jan Thompson & Thomas Martinsson: Kunnskapsforlagets matematikkleksikon (Kunnskapsforlaget 1997, Oslo)
- [Tiller 03] Rita & Tom Tiller: Den andre dagen (Høgskoleforlaget 2003)
- [TIMSS 95] Trends In Mathematical and Science Studies <http://www.timss.no/> (6. desember 2004)
- [TIMSS 05] http://www.timss.no/r_3_start_hva.html (7. februar 2005)
- [TIMSS 05b] <http://timss.bc.edu/> (7. februar 2005)
- [TSG4 04] Activities and Programs for Gifted Students: www.cmeegs3.rousse.bg (30. august 2005)
- [Turmo 04] Are Turmo & Svein Lie: Hva kjennetegner norske skoler som skårer høyt i PISA 2000? (Acta Didactica 1/04, Universitetet i Oslo 2004)
- [Turnbull Server: Abel] <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Abel.html> (11. oktober 2004)
(University of St. Andrews, Scotland)
- [Turnbull Server: Fermat] <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Fermat.html> (11. oktober 2004)
(University of St. Andrews, Scotland)

- [Turnbull Server: Galois] <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Galois.html> (14. september 2004) (University of St. Andrews, Scotland)
- [Turnbull Server: Gauss] <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Gauss.html> (11. oktober 2004) (University of St. Andrews, Scotland)
- [Turnbull Server: Pascal] <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Pascal.html> (14. september 2004) (University of St. Andrews, Scotland)
- [Turnbull Server: Ramanujan] <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Ramanujan.html> (14. september 2004) (University of St. Andrews, Scotland)
- [Turnbull Server: Wiles] <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/PictDisplay/Wiles.html> (11. oktober 2004) (University of St. Andrews, Scotland)
- [Utdanningsdirektoratet 04] Utkast til læreplaner, reform 2006 (Utdanningsdirektoratet 2004, Norge)
- [Utdanningsforbundet 02] http://www.utdanningsforbundet.no/InfoPot/data/ufpublic_gmbzco/agmcgk7/agmchm9/ch5gman/chrvu2r/Temanotat0402.pdf (21. november 2004)
- [Valen 98] Terje Valen: Egget, luren og grinda: Marxisme og kommunisme for alle (<http://home.online.no/~tervalen/egglur.htm> 30. august 2005)
- [Väljjärvi 00] Jouni Väljjärvi, Pirjo Linnakylä, Pekka Kupari, Pasi Reinikainen, Inga Arffman: De finländska framgångarna i PISA – några orsaker (Jyväskylä universitet 2003, Finland)
- [Watterson 91] Bill Watterson: Tommy og Tigern 1 - 9 (Norsk oversettelse av Calvin and Hobbes: Bladkompaniet 1991 – 98)
- [Wessel-Hansen 05] Sissel Wessel-Hansen: 50 % av elevene er utbrente (Nordlys 15. april 2005)
- [Wilson 02] Robin Wilson: Four Colours Surface. How the Map Problem was Solved (Penguin Books 2002, London)
- [World of Science] <http://scienceworld.wolfram.com/biography/Ramanujan.html> (14. september 2004)
- [Zapffe 86] Peter Wessel Zapffe: Hvordan jeg blev så flink, og andre tekster (Aventura 1986)
- [Aarli 03] Johan A. Aarli: Hjernen må ha stimulering (Bergens Tidende 10. mars 2003, evt. <http://www.bt.no/meninger/kronikk/article142096> (13. april 2005))