3MX – 2007/08 - Kapittel 6: 7. – 27. februar 2008

Plan for skoleåret 2007/2008: *Kapittel 7: 27/2 – 1/4?*
Prøver på 2 eller 1 skoletime etter hvert kapittel. Én heildagsprøve i annen termin.
Repetisjon, prøver, muntlig, økter, diverse arbeid: Påske – juni.

Kapittel 6 er et av de mindre og lettere kapitelene i pensum for 3MX. Vi skal studere periodiske funksjoner, først og fremst i sinus, cosinus og tangens, vi skal innføre et nytt vinkelmål, derivere og integrere de trigonometriske funksjonene og vi skal studere grafene nærmest uten å gidde å tegne dem: Mye gir seg sjøl når vi kaster et lett og trenet blikk på funksjonsuttrykket!

- ✓ Husker dere hva dere veit om sinus, cosinus og tangens til vilkårlige vinkler?
- ✓ Husker dere hvordan grafene ser ut?
- ✓ Husker dere bruken av enhetssirkel for å finne ut hvor uttrykkene blir negative og positive?
- ✓ Og husker dere at ei trigonometrisk likning kan gi uendelig mange svar, og den som oftest gir to svar i løpet av ett omløp?

<table>
<tr><th>Kladd</th><th>Innhold</th><th>Dato</th></tr>
<tr>
<td>6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.7, 6.8, 6.9</td>
<td>
Fra grader til radianer: Grader er en tilfeldig valgt måleenhet for vinkler. Det er tilfeldig at sirkelen er delt opp i 360^0. Forsøket på å dele den inn i 400 såkalte nygrader gikk ikke så bra, sjøl om dere finner nygradene <GRAD> på kalkulatorer og på orienteringskompass og i en teodolitt. Våre 360 grader <DEG> kan henvises til et såkalt 60-tallsystem, et svært gammelt tallsystem som knyttes til kulturer langt eldre enn den eller de nordiske. Vi skal nå innføre et mer logisk system for inndeling av vinkel: $v = \frac{b}{r}$
Vinkelmålet er buen den spenner over delt på radien ut til buen. Benevnelsen er radianer <RAD> på kalkulatoren. Buen til en hel sirkel, et omløp, er sirkelens omkrets: $2\pi r$ Radien er r. Og vinkelen til ett omløp er dermed $360^0 = \frac{b}{r} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi \approx 6{,}28$, uten benevning. Merk dere de eksakte verdiene av sin, cos og tan til disse utvalgte vinklene, samt tilsvarende absolutte vinkelmål i brøker av π .
<table>
<tr><th>v</th><th>sinv</th><th>cosv</th><th>tanv</th><th>v</th></tr>
<tr><td>0^0</td><td>0</td><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>30^0</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{2}\sqrt{3}$</td><td>$\frac{1}{3}\sqrt{3}$</td><td>$\frac{\pi}{6}$</td></tr>
<tr><td>45^0</td><td>$\frac{1}{2}\sqrt{2}$</td><td>$\frac{1}{2}\sqrt{2}$</td><td>1</td><td>$\frac{\pi}{4}$</td></tr>
<tr><td>60^0</td><td>$\frac{1}{2}\sqrt{3}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$\sqrt{3}$</td><td>$\frac{\pi}{3}$</td></tr>
<tr><td>90^0</td><td>1</td><td>0</td><td>∞</td><td>$\frac{\pi}{2}$</td></tr>
<tr><td>120^0</td><td>$\frac{1}{2}\sqrt{3}$</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>$-\sqrt{3}$</td><td>$\frac{2\pi}{3}$</td></tr>
<tr><td>135^0</td><td>$\frac{1}{2}\sqrt{2}$</td><td>$-\frac{1}{2}\sqrt{2}$</td><td>-1</td><td>$\frac{3\pi}{4}$</td></tr>
<tr><td>150^0</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>$-\frac{1}{2}\sqrt{3}$</td><td>$-\frac{1}{3}\sqrt{3}$</td><td>$\frac{5\pi}{6}$</td></tr>
<tr><td>180^0</td><td>0</td><td>-1</td><td>0</td><td>π</td></tr>
</table>
osv!
</td>
<td>7/2</td>
</tr>
</table>

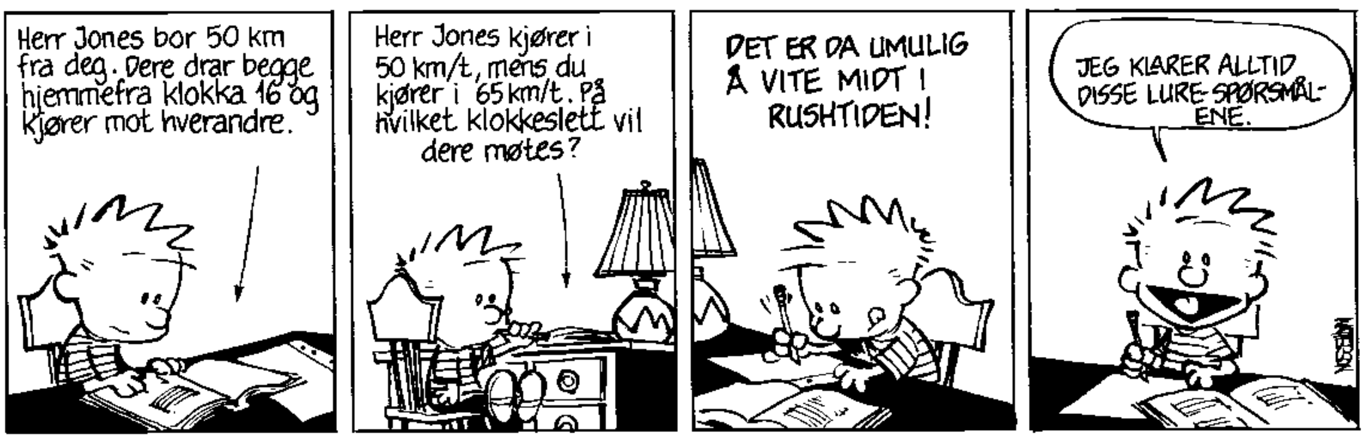
Kladd	Innhold	Dato
6.10, 6.11, 6.12, 6.13, 6.14, 6.15	**Regning med radianer:** Det er viktig å stille inn kalkulatoren på radianer når en skal regne med radianer. Og alle svar skal oppgis i den type vinkelmål som oppgava opererer med. Og vi kommer til å slutte med å bruke grader når vi skal tegne grafer! Radianer passer godt sammen med enheten langs *y*-aksen: Det er dette vi kaller **absolutt vinkelmål**. ***På kalkulatoren: <SHIFT> <SET UP> <Angle> <Rad>***	**12/2**
	Prøve i kapittel 5	**13/2**
6.16, 6.17, 6.18, 6.19, 6.20, 6.21, 6.22, 6.23, 6.24	**Funksjonen** $A \cdot \sin(cx+\varphi)+d$ **:** *A* kalles gjerne **amplituden** og er størrelsen på det største utslaget begge veger i forhold til midten av grafen fordi sinusuttrykket bare varierer mellom pluss og minus én. Tallet *c* foran den variable angir **perioden**, altså hvor langt vi må gå langs *x*-aksen før grafen gjentar seg sjøl; vi har vært vant til *c* = 1, som gir perioden 2π . Øker vi *c*, minskes perioden tilsvarende, dvs. omvendt proporsjonalt. Perioden blir i vårt uttrykk: $p=\frac{2\pi}{c}$. φ angir **faseforskyvning** i forhold til utgangspunktet som vi er vant til, der $\varphi=0$. Dette er ei forskyvning av det utgangspunktet som vi er vant til for sinusfunksjonen. Vi må faktorisere uttrykket i parentes for å finne forskyvningen: $cx+\varphi=c(x+\frac{\varphi}{c})$ der uttrykket $\frac{\varphi}{c}$ uttrykker hvor langt sinuskurva er forskjøvet, i radianer, langs *x*-aksen. Er $\frac{\varphi}{c}$ positiv, er fasen positiv, og da er grafen forskjøvet positivt, dvs. mot venstre fordi denne grafen ligger $\frac{\varphi}{c}$ foran den opprinnelige sinuskurva. Omvendt dersom $\frac{\varphi}{c}$ er negativ: Mot høyre! Dersom funksjonsuttrykket i tillegg inneholder et *x*-uttrykk eller en konstant, er det ei **likevektskurve** som sinusuttrykket beveger seg rundt. Vi har vært vant til ingenting, dvs. 0. Våre grafer har dermed bevega seg opp og ned i forhold til $y=0$, *x*-aksen. Hvis tillegget er konstanten *d*, vil $y=d$ være ei likevektslinje som ligger vannrett midt i grafen. (Riktig morsomt blir det jo hvis dere i stedet for *d* setter et *x*-uttrykk i første eller annen grad! Prøv!) Eller for eksempel denne: $f(x)=e^{-0,2x}\cdot\sin 3x$ (Se side 252!)	**19/2**
6.25, 6.26, 6.27, 6.28	**Modeller av periodiske funksjoner:** Enhver periodisk funksjon, en som gjentar seg på et eller annet vis, kan uttrykkes som en matematisk funksjon med bruk av sinus (eller cosinus, som jo er samme funksjon, bare forskjøvet). Solas bevegelse over horisonten, tidevannets bevegelse i forhold til middelvannstand, slagene til et hjerte eller andre eksempler dere ser i boka. Ofte blir de matematiske uttrykka mer komplisert enn i avsnittet ovafor!	**20/2**
6.29, 6.30, 6.31, 6.32, 6.33, 6.34	**Funksjonen** $a\sin cx+b\cos cx$ og **likninga** $a\sin cx+b\cos cx=d$: Kombinerer vi flere matematiske uttrykk i et funksjonsuttrykk, kan vi i mange tilfelle se grafene som summer eller differanser mellom høydene (*y*-verdiene) til enklere funksjonsuttrykk. Uttrykket $a\sin cx+b\cos cx$ hjelper oss til å løse en ny type likning: $a\sin cx+b\cos cx=d$. Her må vi bruke et spesielt knep ved å omforme venstre side til *et enledda uttrykk i sinus*. Generelt gjelder dette: $a\sin cx+b\cos cx=A\sin(cx+\varphi)$ $A=\sqrt{a^2+b^2}$ Vinkelen φ ligger i samme kvadrant som punktet (a,b). $\tan\varphi=\frac{b}{a}$ Ny likning blir nå: $A\sin(cx+\varphi)=d$, og denne løser vi ved å dividere på *A* og så ta invers sinus på begge sider, slik vi har løst tilsvarende likninger før. Merk dere metoden: Den er ikke enkel, men effektiv! **Toppunkter** og **bunnpunkter** finner vi enkelt på disse grafene: De gjentar seg *periodisk* og fordi sinus (og cosinus) varierer mellom –1 og +1, ser vi at *høydene* på disse punktene er likevektslinja pluss/minus amplituden! Og *vendepunktene* ligger midt mellom topp- og bunnpunkter! Prøv å finne dem uten <G-solv> eller derivasjon.	**21/2**

Kladd	Innhold	Dato
6.35, 6.36, 6.37, 6.38, 6.39, 6.40, 6.41, 6.42	**Den deriverte av trigonometriske funksjoner:** Formlene er enkle, og følger direkte av reglene for sinus og cosinus til summer og differanser mellom vinkler: $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(\tan x)' = \left(\dfrac{\sin x}{\cos x}\right)' = \dfrac{1}{\cos^2 x} = \dfrac{1}{1-\sin^2 x} = 1 + \tan^2 x$ Når det gjelder tangens, er det den første av de tre som er vanligst å bruke, men det kan jo hende at vir trenger en av de andre pga. resten av et uttrykk, for eksempel.	**27/2**
6.43, 6.44, 6.45, 6.46, 6.47, 6.48, 6.49, 6.50, 6.51, 6.52	**Integrasjon av trigonometriske funksjoner:** Snu formlene for derivasjon, og dere ser noen enkle integrasjonsregler. Vi skriver dem imidlertid opp litt mer generelt: $\int \sin kx dx = -\dfrac{1}{k}\cos kx + C$ $\int \cos kx dx = \dfrac{1}{k}\sin kx + C$ $\int \tan kx dx = -\dfrac{1}{k}\ln\lvert\cos kx\rvert + C$ $\int \dfrac{1}{\cos^2 x}dx = \tan x + C = \int (1+\tan^2 x)dx$	**28/2**

- **Bruk spørsmåla "Rett eller galt?" på side 110 i oppgavesamlinga til å teste deg sjøl på slutten av kapitlet, og som repetisjon.**
- **Husk dessuten på at oppgavene 612a, 614d, 617b, 624, 638c, 640d, 643b, 646a, 647, 659b, 661a, 662a, 668b, 674 og 680a er løst bak i oppgavesamlinga.**

Innføring: 670, 675, 682 Frivillig: 683	**28/2**
Prøve	**5/3**

Tommy og Tigern (Calvin and Hobbes):



Tommy & Tigern, bind 1, side 239ø

Oppdatert onsdag, 6. februar 2008. Hans Isdahl