3MX – 2007/8 - Kapittel 5: 8. januar – 5. februar 2008

Plan for skoleåret 2007/2008: *Kapittel 6: 6/2 – 22/2. Kapittel 7: 22/2 – 22/3. Prøver på 2 eller 1 skoletime etter hvert kapittel. Én heildagsprøve i hver termin. Repetisjon, prøver, muntlig, økter, diverse arbeid: 22/3 – juni.*

Vi kommer nå til et nytt sannsynlighets- og statistikkapittel. Det repeteres i læreboka, men noen av dere har kanskje behov for litt ekstra trening, Her følger samleoppgavene fra 2MX, og de er bra repetisjon:

5.A: Etter offentlig statistikk er sannsynligheten 97,8 % for at en 44 år gammel kvinne skal bli minst 54 år, 94,7 % for at en 54 år gammel kvinne skal bli minst 64 år og 94 9 % for at en 64 år gammel kvinne skal bli minst 69 år.
a) Hva er sannsynligheten for at en 44 år gammel kvinne skal bli minst 69 år?
Ti gamle klassevenninner som alle er 44 år, møtes på Heartbreak hotel for å feire at det er 25 år siden de gikk ut av videregående skole. De blir enig om å møtes igjen samme sted om 25 år. Hva er sannsynligheten for at
b) alle ti er i live om 25 år c) ni er i live om 25 år d) åtte er i live om 25 år e) minst åtte er i live om 25 år
5.B: Ved a teste for et bestemt hormon i en urinprove kan en avgjøre om en kvinne er gravid. En graviditetstest er ikke 100 % sikker. I en undersøkelse fant en: Hvis en kvinne er gravid, er det 99,5 % sannsynlig at testen vil vise det. Hvis en kvinne ikke er gravid, er det 0.5 % sannsynlig at testen likevel vil indikere at kvinnen er gravid. Vi antar at 20 % av de kvinnene som tar en graviditetstest, er gravide. En kvinne tar en graviditetstest.
a) Hva er sannsynligheten for at testen indikerer at kvinnen er gravid?
b) Testen indikerer at kvinnen er gravid. Hva er sannsynligheten for at hun virkelig er det?
5.C: "Idioten" er en kabal. Den starter med at du legger fire kort fra en kortstokk opp på bordet.
a) Hvor mange måter kan du gjøre dette på når vi tar hensyn til rekkefølgen?
b) På hvor mange måter kan du få: 1) fire spar 2) ett kort i hver farge
(Husk at det er fire « farger»: kløver, ruter, hjerter og spar.)
c) Finn sannsynligheten for de to hendelsene i oppgave b. Må du gjøre noen forutsetninger for å beregne dem?
5.D: Fem venner går sammen på kino.
a) Hva er sannsynligheten for at ingen av dem har fødselsdag i samme måned? (Du kan regne som om alle fødselsmåneder er like sannsynlige.)
b) Hva er sannsynligheten for at minst to av dem har fødselsdag i samme måned?
c) Du er en av de fem vennene. Hva er sannsynligheten for at minst en av de andre er født i samme måned som deg?
5.E: Ved en skole er det 17 grupper som skal ha undervisning en bestemt skoletime. Skolen har 20 undervisningsrom.
a) På hvor mange måter kan inspektøren velge de 17 rommene der det skal være undervisning ?
b) Inspektoren har valgt rommene der det skal være undervisning. Pa hvor mange måter kan hun fordele gruppene pa disse rommene?
5.F: Du tipper en lottorekke (jf. eksempel 4 i avsnitt 5.7). Hva er sannsynligheten for at du tipper riktig
a) seks vinnertall b) fem vinnertall c) fire vinnertall

(Fasit: 5A: a: 87,9% b: 27,5% c: 37,9% d: 23,5% e: 88,9% 5B: a: 20,3% b: 98,0% 5C: a: 6 497 400 b: 1: 17 160 2: 685 464 c: 1: 0,26% 2: 10,5% Kortene må være godt stokket. 5D: a: 38,2% b: 61,8% c: 29,4% 5E: a: 1140 b: $3{,}56\cdot10^{14}$ 5F: a: $3{,}5\cdot10^{-5}$ b: $1{,}4\cdot10^{-3}$ c: 0,019)

Produktsetninga: Ei omforming av setninga for betinget sannsynlighet fører til: $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B\mid A)$ når *A* og *B* er avhengige hendelser, og $P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$ når *A* og *B* er uavhengige hendelser; den siste gjelder også for 3 eller enda flere hendelser.

Total sannsynlighet: $P(B)=P(A\cap B)+P(\overline{A}\cap B)=P(A)\cdot P(B\mid A)+P(\overline{A})\cdot P(B\mid \overline{A})$

Bayes' setning: $P(A\mid B)=\dfrac{P(A)\cdot P(B\mid A)}{P(B)}$

Kombinatorikk: Kombinatorikken gir oss løsninger på hvor mange muligheter som fins, ofte gir det oss svar på *"mulige utfall"*, dvs. nevneren vi trenger for å finne sannsynligheten! Antall rekker på en tippekupong er 3^{12}=531441. En lottokupong har 5379616 ulike rekker med 7 vinnertall. Hvorfor? Hvor mange ulike korthender med 13 kort kan du få utdelt? Hvor mange ulike norske bilnummer kan vi lage? Osv.

Ordnet utvalg med tilbakelegging: Fra en mengde med *n* elementer kan vi lage $n\cdot n\cdot n\cdot\ldots\cdot n=n^r$ ordnede utvalg på *r* elementer når utvelginga skjer med tilbakelegging.

Ordnet utvalg uten tilbakelegging: Fra en mengde med *n* elementer kan vi lage $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-r+1)$ ordnede utvalg på *r* elementer når utvelginga skjer uten tilbakelegging.

Ordning av *n* elementer: *n* elementer kan ordnes i rekkefølge på $n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$ ulike måter, som leses *"n fakultet"*.

Kalkulator:
17! blir: 17 <OPTN> <F6> <PROB> <x!> <EXE>
$n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-r+1)$ skrives som ${}_nP_r$ av kalkulatoren, slik at:
$10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = {}_{10}P_5$: 10 <OPTN> <F6> <PROB> <nPr> 5 <EXE>

Uordnet utvalg uten tilbakelegging: Fra en mengde med *n* elementer kan vi lage
$\binom{n}{r} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-r+1)}{r!} = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$ uordnede utvalg på *r* elementer når utvelginga skjer uten tilbakelegging.

Kalkulator:
$\binom{34}{7}$ skrives som ${}_nC_r$ av kalkulatoren, slik at: ${}_{34}C_7$: 34 <OPTN> <F6> <PROB> <nCr> 7 <EXE>

Hypergeometriske sannsynligheter: En mengde med *n* elementer kan deles inn i 2 delmengder *D* og $\overline{D}$. Det er *m* elementer i *D* og *n-m* i $\overline{D}$. Vi trekker tilfeldig *r* elementer fra mengden uten tilbakelegging.

Da er *P*(*k* elementer fra *D*)= $\frac{\binom{m}{k} \cdot \binom{n-m}{r-k}}{\binom{n}{r}}$

Denne sannsynlighetsfordelinga kaller vi *en hypergeometrisk sannsynlighetsfordeling*.

Binomiske sannsynligheter: Vi gjør *n* uavhengige forsøk. I hvert forsøk er sannsynligheten *p* for at en hendelse *S* skal inntreffe og 1-*p* for at den ikke skal inntreffe.

Da er *P*(*S* inntreffer *k* ganger)= $\binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$.

Denne sannsynlighetsfordelinga kaller vi en *binomisk sannsynlighetsfordeling*.

Tommy & Tigern (Calvin & Hobbes):

T&T bind 3 side 167n

Kladd	**Innhold**	**Dato**
5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6 **501, 506**	**Stokastiske variabler:** Stokastisk vil si det samme som tilfeldig. Kaster vi to terninger og vil finne summen, er summen Z en *stokastisk*, dvs. tilfeldig, variabel som kan anta verdiene 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 eller 12. Teller vi opp hvordan vi kan få de ulike svara, vil vi kunne lage ei *sannsynlighetsfordeling* der vi ser at 7 er verdien som er lettest å få, med sannsynlighet lik 1/6. Kast med terninger er *tilfeldige* forsøk. De mulige resultatene kaller vi som vanlig *utfall*. Husk også på at *summen av alle sannsynlighetene i ei sannsynlighetsfordeling skal være 1 eller 100%.* **Binomisk fordeling:** Ei binomisk fordeling er ei fordeling med bare to mulige utfall (bi-!). Vi gjør n uavhengige forsøk. I hvert forsøk er sannsynligheten lik p for at en hendelse skal inntreffe og 1- p for at den ikke skal inntreffe. Vi lar X være antall ganger hendelsen inntreffer, og for sannsynlighetsfordelinga med den formelen: Sannsynligheten for at noe skjer k ganger: $P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^k$, der k = 0, 1, 2, …, n **Bruk lommeregneren:** Vi kan naturligvis skrive inn den binomiske formelen med innsatte verdier direkte. Husk på <OPTN> og <CALC> for å finne $\sum$ hvis du trenger å legge sammen flere sannsynligheter og <OPTN> og <PROB> for å finne nCr! **Lommeregneren har også binomialformelen innebygd: STAT:** <DIST> distribution, fordeling <BINM> binomial <Bpd> gjelder en enkeltsannsynlighet: Velg <VAR> x = den variabelverdien du vil ha svar på, dvs. *X*. Numtrial = antall forsøk, dvs. *n.* p = sannsynligheten, dvs. *p.* <Bcd> vil si summen av sannsynlighetene fra starten (0) og til og med den x-verdien du angir når du leser inn x, Numtrial og p.	**8/1**
5.7, 5.8, 5.9, 5.10 **514, 516**	**Forventningsverdi:** *Forventningsverdien* er ei form for gjennomsnittsverdi. Hvor mange gutter regner du med at det er i en 4-barnsfamilie? Vi forventer 2. Hvis X er en stokastisk variabel med m mulige verdier $x_1, x_2, ..., x_m$, vil forventningsverdien til X være definert som: $\mu = E(X) = x_1 \cdot P(X=x_1) + x_2 \cdot P(X=x_2) + ... + x_m \cdot P(X=x_m) = \sum_{i=1}^{m} x_m \cdot P(X=x_i)$ Forventningsverdien kalles også de store talls lov, eller loven om gjennomsnittet: kaster du en terning mange ganger, vil antallet ganger terningen får de forskjellige verdiene, bli ganske likt etter hvert. Likevel går det ikke an å regne med gevinst i Lotto dersom man velger blant tall som sjelden har vært trukket ut. Hvorfor ikke? **På lommeregneren** må dere igjen merke dere bruk av $\sum$ og nCr!	**9/1**
5.11, 5.12, 5.13, 5.14, 5.15 **519, 520**	**Regneregler for forventning:** Det fins enkle regler når vi skal regne med forventninger: $E(a+bX) = a + b \cdot E(X)$, der a og b er konstanter og X en stokastisk variabel. $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$, når X og Y er stokastiske variable. I en binomisk fordeling, der X er binomisk fordelt: $E(X) = np$	**10/1**
	Innføring 456ae, 457, 459, 467	**10/1**
5.16, 5.17, 5.18, 5.19, 5.20, 5.21 **526, 528**	**Varians og standardavvik:** *Spredning* forhold til forventningsverdien sier mye om ei fordeling, men det viser seg at vi får et langt viktigere mål for spredning dersom vi kvadrerer avviket, *kvadratavviket*. Det *gjennomsnittlige kvadratavviket* kalles *varians*: X er en stokastisk variabel med m mulige verdier $x_1, x_2, ..., x_m$ og forventningsverdien μ; da er **variansen** definert som: $Var(X) = (x_1-\mu)^2 \cdot P(X=x_1) + (x_2-\mu)^2 \cdot P(X=x_2) + ... + (x_m-\mu)^2 \cdot P(X=x_m) = \sum_{i=1}^{m}(x_i-\mu)^2 \cdot P(X=x_i)$ Kvadratrota til variansen kaller vi *standardavviket*, og i motsetning til variansen vil standardavviket ha riktig benevning i forhold til det vi jobber med! **Standardavviket** til en stokastisk variabel X er gitt ved: $\sigma = SD(X) = \sqrt{Var(X)}$	**15/1**

Kladd	Innhold	Dato
	Prøve, kapittel 4	**16/1**
5.22, 5.23, 5.24, 5.25, 5.26 **532, 538**	**Regneregler for varians:** Igjen er regnereglene relativt enkle: $Var(a+bX)=b^2Var(X)$, der a og b er konstanter og *X* en stokastisk variabel. $Var(X+Y)=Var(X)+Var(Y)$, når *X* og *Y* er stokastiske variable. I en binomisk fordeling, der *X* er binomisk fordelt: $Var(X)=np(1-p)$	**22/1**
5.27, 5.28, 5.29, 5.30 **540, 544**	**Kontinuerlige stokastiske variabler:** Hittil har vi bare sett på *endelige* stokastiske variabler. Terningkast kan bare bli 4 eller 5, ikke noe imellom. Nå skal vi undersøke *kontinuerlige* variabler. Tidligere har vi lært om *histogram*, *høyden* av ei *søyle* var *antall observasjoner* over et *intervall*. Nå skal histogrammene tegnes slik at arealet av ei søyle er lik *den relative frekvensen*, slik at arealet av alle søylene blir lik 1 eller 100%. Og vi skal finne arealer over *tetthetsfunksjoner*, dvs. funksjoner som beskriver sannsynlighetsfordelinga. Når *X* er en kontinuerlig stokastisk variabel med tetthetsfunksjon *f(x)* og *a* og *b* er konstanter, har vi: $P(a \le X \le b)=\int_a^b f(x)dx$	**23/1**
5.31, 5.32, 5.33, 5.34 **548, 553**	**Normalfordelinga:** Normalfordelinga er den viktigste av alle sannsynlighetsfordelinger. (Den kalles også Gauss-fordelinga, etter matematikeren Carl Friedrich Gauss.) Gauss fant normalfordelinga som en fordeling av målefeil fra bl.a. landmåling. Men mange menneskelige egenskaper, for eksempel høyde, prestasjoner på idrettsbanen eller på skolen følger ei normalfordeling. Denne fordelinga er altså ganske *normal*. I ei normalfordleing skal ca. 2/3, egtl. 68,3% være innafor et standardavvik hver veg i forhold til forventningsverdien. Over 95% er innafor 2 standardavvik hver veg. Tetthetsfunksjonen til normalfordelinga av *X* kan skrives slik: $f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ Det er enkelt å føre alle normalfordelinger over på en standard form, standardnormalfordelinga. Når *X* er normalfordelt med forventning μ og standardavviket er σ, er $Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$ standardnormalfordelt. På side 214 og 215 og i formelsamlinga fins standardnormafordelinga som kan brukes på alle normalfordelinger! **Lommeregneren:** Akkurat som med binomialformelen har kalkulatoren normalfordelinga innebygd! **STAT:** <DIST> distribution, fordeling <NORM> normal <Npd> gjelder en enkeltsannsynlighet: Velg x = den variabelverdien du vil ha svar på, dvs. *X*. σ = standardavvik. μ = forventningsverdien. <Ncd> vil si summen av sannsynlighetene fra <Lower> og til og med <Upper>. σ = standardavvik. μ = forventningsverdien.	**24/1**

Kalkulator og sannsynlighetsregning:

PLUS-modellene av Casio 9850 og 9950 har egne sannsynlighetsfordelinger : <STAT> <DIST>: Her fins <NORM> og <BINM> og noen flere. Bruken er beskrevet på kapittelarket.

Eksempel 1: Normalfordeling av rekrutters høydefordeling der gjennomsnittshøyden er 180 cm og standardavviket er 7.

Denne sannsynlighetsfordelinga følger da funksjonen: $f(x)=\frac{1}{7^2\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-180)^2}{2\cdot 7^2}}$

Det kan være nyttig å tegne grafen: Gjør det slik at den blir Y1 på kalkulatoren.

a) Hvor stor del av rekruttene er mellom 175 og 185 cm?

Enten: $\int(Y1,175,185)$ på kalkulatoren = 0,52, dvs. 52%.

For å få fram Y1: <VARS> <GRPH> <Y>. Skriv til tallet 1 for å få Y1.

Eller: Vi bryr oss ikke om *f(x)* men bruker heller standardnormalfordelinga som ligger i kalkulatoren. Den fungerer for antall standardavvik, og vi veit vi fra 175 til 185 skal ned 5c, dvs. $\frac{5}{7}$ stadardavvik og opp det samme i forhold til gjennomsnittet, forventningsverdien på 180 cm. P(5 : 7) – P(- 5 : 7) på kalkulatoren = 0,52, dvs. 52%.

For å få fram P-funksjonen: <RUN> <OPTN> <PROB> <P(>.

---

b) Vi vil se arealet illustrert:

Vi tegner opp normalfordelinga og skraverer fra 180 cm til 185 cm:
Graph Y = Q (5 : 7) <EXE> som gir 0,262: Dvs. at vårt areal er det dobbelte, 0,52 = 52%.

<RUN> <Sketch> (dvs. <SHIFT> <F4>) <GRPH> <Y=>
<OPTN> <PROB> <Q(>

Funksjonen P (5 : 7) ville gitt hele arealet fra venstre og til standardavviket $+\frac{5}{7}$.

---

c) Hvordan finner vi høyden som 95% av rekruttene er lavere enn?

Legg inn de to grafene P(X) og 0,95 på vanlig måte. Bruk vindu $x \in [-3,3]$ og $y \in [0,1]$. y = 1 vil si 100% og tallene langs x-aksen er antall standardavvik. Finn skjæring: x = 1,644810267, dvs. 1,645 stndardavvik til høyre for 180 cm.

Høyden blir altså 180 cm + 1,645 · 7 cm = 191,5 cm, som er høyden 95% ikke overstiger.

Eksempel 2: Det reiser 25 personer. 6 smugler og 5 plukkes ut for kontroll. Variablen X er hvor mange av dem som smugler som blir kontrollert. Vi vil lage tabeller over fordelinga og forventning og standardavvik.

$$P(X = x) = \frac{\binom{6}{x}\binom{19}{5-x}}{\binom{25}{5}}$$

Lista vår dreier seg bare om 0, 1, 2, 3, 4 eller 5 personer, de som kontrolleres, men poenget er å la kalkulatoren gjøre mange regneoperasjoner for oss!

---

a) Legg tallene 1 – 5 i List 1.

<STAT>: Fyll ut List 1 manuelt, husk <EXE>

---

b) Legg sannsynlighetsfordelinga i List 2:

Flytt markøren til listehodet List 2 og tast inn: Seq (6 **C** X · 19 **C** (5 – X) : 25 **C** 5, X , 0 , 5 , 1)
<OPTN> <LIST> <SEQ> (Seq står for sekvens, ei rekke der X går fra og med 0 til og med 5 og med sprang på 1 i dette tilfellet.) <EXE>

---

c) Lage en kumulativ liste, altså med summeringer undervegs:

Flytt markøren til listehodet List 3 og tast inn: Cuml List 2 <EXE>
<OPTN> <LIST> <CUML>
<OPTN> <LIST> <LIST> og skriv inn nummeret på lista: 2.
Den kumulerte sannsynligheten for alle skal bli 1, dvs. 100% og sannsynligheten for at ikke flere enn 2 smuglere blir tatt blir 0,6565, dvs. 66%.

---

d) Finne forventningsverdien utfra tabell:

Flytt markøren til listehodet List 4 og tast inn: List 1 x List 2 <EXE>.
Disse tallene skal summeres, og det kan gjøres i en kumulativ liste, se c), eller slik:
<MENU> <RUN> og skriv inn: Sum List 4 <EXE>, som blir 1,2 – dvs. forventningsverdien.
<OPTN> <LIST> <Sum>
<OPTN> <LIST> <List> og skriv tallet.

---

e) Finne variansen utfra tabell som summeres til slutt:

Flytt markøren til listehodet List 5 og tast inn: (List 1 – 1.2)^2 x List 2 <EXE>
Velg deretter: <MENU> <RUN> Sum List 5 <EXE> og svaret blir 0,76.

---

f) Finnes standardavviket:

Regn ut kvadratrota av 0,76, som blir 0,87.

---

g) Søylediagram:

<SET UP>: Stat Wind = Manual <EXIT>
<GRPH>: StatGraph1: Graph Type = Hist, Xlist = List1, Frequency = List2

Vinduet V-Vindow må stilles inn: $x \in [0,6]$ og $y \in [0,1]$

Kladd	Innhold	Dato
5.35, 5.36, 5.37, 5.38 559, 562	**Sentralgrensesetningen:** Normalfordelinga er god i seg sjøl, men den gir også ei god tilnærming til andre fordelinger. Når *n* er tilstrekkelig stor og *X* er binomisk fordelt, er *x* tilnærma normalfordelt. *Sentralgrensesetningen* sier at summen av mange stokastisk variabler er tilnærma normalfordelt med *forventningsverdi nμ* og *standardavvik* $\sigma\sqrt{n}$ når *n* er *tilstrekkelig stor*.(Abraham de Moivre, 1667-1754.) **Tilnærming til binomisk fordeling:** Hvis *X* er binomisk fordelt og *n* tilstrekkelig stor, er *X* tilnærma normalfordelt med forventningsverdi $E(X) = np$ og standardavvik $SD(X) = \sqrt{np(1-p)}$.	29/1
5.39, 5.40, 5.41, 5.42, 5.43 563, 568	**Binomisk fordeling ved utvalgsundersøkelser:** Avslutningen av kapitlet dreier seg om *statistiske metoder*. Normalt sett veit vi ikke hvilken verdi *p* har, i stedet må vi anslå, estimere verdien av *p* når vi har observert *X* av en *populasjon* med antall *N*. **Populasjonsandel:** *p* er andelen i en stor populasjon som har et kjennetegn. *X* er antallet i et tilfeldig utvalg (en stikkprøve) på *n* individer med dette kjennetegnet: **Estimator**: $\hat{p} = \frac{X}{n}$ **Standardfeil:** $S_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$ **Tilnærma 95% konfidensintervall:** $\left\langle \hat{p} - 1.96 \cdot S_{\hat{p}} , \hat{p} + 1.96 \cdot S_{\hat{p}} \right\rangle$	30/1

Litt mer kalkulatorstoff: Dersom du skal regne ut standardavvik med mer. utfra ei liste med data, kan det gjøres med <STAT>-valget på kalkulatoren i List1. Deretter velger du <CALC> og <1VAR>, du har bare én variabel. Lista du får opp, er interessant:

- $\bar{x}$ - gjennomsnittet, dvs. $E(X)$
- $\sum x$ - dvs. summen av alle verdiene.
- $\sum x^2$ - dvs. summen av kvadratet av alle verdiene.
- $x\sigma_n$ - dvs. standardavviket $SD(X)$
- $x\sigma_{n-1}$ - dvs. empirisk standardavvik (side 209 i læreboka)
- n - antall data, dvs. *n*.

De nyeste kalkulatorene: De har to viktige fordelinger under **STAT – DIST:**

Normalfordelinga: NORM
Npd – enkeltresultat: Legg inn forventningsverdi og standardavvik som μ og σ. På *x*-plass kan vi lese av sannsynligheten for akkurat denne *x*-verdien. Med Execute kan vi tegne grafen.
Ncd – resultat over et intervall: Legg inn nedre og øvre grense, og sannsynligheten over området regnes ut..
InvN – finner *x*-verdien når du har oppgitt resultatet som sannsynlighet. Når arealet er 0,5 vil naturligvis *x*-verdien være lik forventningsverdien, for da har vi arealet fra venstre og halvveis, det vil si til μ.

Binomialfordelinga: BINM
Bpd – enkeltresultat: Legg inn *x*-verdiene i List1 (for eksempel). La oss si at vi kaster ei terning 10 ganger: Da kan vi få ett resultat (for eksempel 6) 0, 1, 2, 3,…10 ganger. Disse resultatene legger vi i ei liste. Antall forsøk, 10 kast, legger vi i Numtrial og sannsynligheten, 1/6, i p og utfører: Og dermed får vi fordelinga nedover, fra 0 seksere og til 10 seksere. Velger vi Variable i stedet fro List, kan vi spørre etter ett enkeltresultat og ikke hele lista. x=2 gis avr på sannsynligheten for å få 2 seksere på 10 kast.
Bcd – kumulerte resultater gir oss tilsvarende tabell, men summert opp. Tilsvarende summert opp til et enkeltresultat, for eksempel x=2.

Kladd	Innhold	Dato
5.44, 5.45, 5.46 **570, 573**	**Målefeil og populasjonsgjennomsnitt:** **Lommekalkulator:** Bruk <STAT> og legg inn resultater i List1. Velg <CALC> og <1VAR> for å finne gjennomsnitt, standardavvik, antall observasjoner og en del andre beregninger! **Populasjonsgjennomsnitt:** Til hvert individ i en stor populasjon er det knytta en tallstørrelse. Gjennomsnittet av tallstørrelsen i hele populasjonen er lik μ. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ er tallstørrelsen for n individer i et tilfeldig utvalg. **Estimator:** $\hat{\mu} = \overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ **Empirisk standardavvik:** $S = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}$ **Standardfeil:** $S_{\overline{X}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$ **Tilnærma 95% konfidensintervall:** $\left\langle \overline{X} - 1.96 \cdot S_{\overline{X}}, \overline{X} + 1.96 \cdot S_{\overline{X}} \right\rangle$	**5/2**

- **Bruk spørsmåla "Rett eller galt?" på side 92 i oppgavesamlinga til å teste deg sjøl på slutten av kapitlet, og som repetisjon.**
- **Husk dessuten på at oppgavene 505, 517, 521, 537, 545, 554, 561, 566 og 571 er løst bak i oppgavesamlinga.**

Innføring: 572, 576, 586	**5/2**
Prøve	**12/2**

Tommy og Tigern (Calvin and Hobbes):

Bind 3, side 187n

Oppdatert mandag, 7. januar 2008. Hans Isdahl